



UNITÉ DE RECHERCHE
INRIA-RENNES

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
BP 105
78153 Le Chesnay Cedex
France
Tél. (1) 39 63 55 11

Rapports de Recherche

N° 1029

Programme 6

VERS UN MODELE D'ECLAIREMENT REALISTE

Pierre TELLIER
Kadi BOUATOUCH

Mai 1989



Campus Universitaire de Beaulieu
35042 - RENNES CÉDEX
FRANCE
Téléphone : 99 36 20 00
Télex : UNIRISA 950 473 F
Télécopie : 99 38 38 32

Vers un modèle d'éclairage réaliste

PUBLICATION INTERNE N° 464

66 Pages

Pierre Tellier

Kadi Bouatouch

IRISA

Campus de Beaulieu

35042 Rennes Cedex

France

6 avril 1989

Résumé

Ce rapport décrit en détail un modèle d'éclairage réaliste pour la technique du lancer de rayon utilisant soit une approche spectrale (toute source lumineuse, polarisée ou non, est caractérisée par un spectre de flux lumineux) soit une approche trichromatique (les sources lumineuses et les spectres de réflectance des matériaux sont représentés par trois composantes R, V, B). Ce modèle est en fait une amélioration du modèle de Cook et Torrance et prend en compte les principes de la photométrie et les indices de réfraction complexes des matériaux conducteurs. La première partie de ce rapport présente les grandeurs caractéristiques de la photométrie et les bases de la colorimétrie. Un résumé des propriétés psychophysologiques de la vision est présenté. Les simplifications permettant de déduire de ce modèle celui de Whitted sont aussi présentées.

Abstract

TOWARD A REALISTIC ILLUMINATION MODEL

This report describes in detail a realistic illumination model for ray tracing that uses either a spectral approach (a polarized or not polarized light source is characterized by a spectral light power) or a trichromatic approach (a light source as well as the reflectance of surfaces are represented by three components R, V, B). This model is in fact an improvement of the one proposed by Cook and Torrance and accounts for the photometric background and the complex refraction indices of metals. The first chapter presents the photometric quantities and the basis of colorimetry. The human vision is also discussed in this report. The simplifications leading to the well-known Whitted's model are given.

Table des matières

1	Photométrie	7
1.1	Introduction	7
1.2	Principales caractéristiques de l'œil	7
1.2.1	Les éléments photosensibles de l'œil	7
1.2.2	Réponse à la quantité de lumière	8
1.2.3	Réponse à la longueur d'onde	8
1.2.4	Réponse à la structure spatiale de l'image	8
1.2.5	Caractéristiques externes de l'œil	10
1.2.6	Grandeurs caractéristiques de la photométrie	10
1.2.7	Définition des sources lumineuses	14
2	Colorimétrie	17
2.0.8	Théorie trichromatique de la couleur	17
2.0.9	Choix d'un repère de couleur optimal	20
3	Modèles d'éclairage	23
3.1	Etude d'un modèle réaliste	23
3.1.1	Etude de la réflexion	24
3.1.2	Etude de la transmission	31
3.1.3	Etude de l'absorption	32
3.1.4	Calcul des flux lumineux réfléchis	32
3.1.5	Le rendu des couleurs	34
3.2	Un modèle couleur simple	37
3.2.1	Introduction	37
3.2.2	Formulation mathématique	37
3.2.3	Etude de l'éclairage direct	39
3.2.4	Etude de l'éclairage indirect	39
3.2.5	Analogie entre les deux modèles	40
3.2.6	Conclusion	40
4	Anti-crénelage	41
4.1	Les causes et les effets	41
4.2	Les solutions	43

4.2.1	Solutions triviales	43
4.2.2	Le suréchantillonnage adaptatif	44
4.2.3	Le Lancer de rayon distribué	44
4.3	Limites	45
A	Calcul du facteur de Fresnel	47
A.1	Lois de la réflexion et de la réfraction	47
A.2	Formules de Fresnel	49
A.3	Réflectance et transmittance	50
A.3.1	Matériaux non métalliques	50
A.3.2	Matériaux métalliques	52
B	Conditions d'observations	55
B.1	La correction gamma	55
B.2	Le réglage du moniteur	55
C	Passage de <i>RVB</i> à <i>XYZ</i>	57

Table des figures

1.1	Courbe de visibilité relative	9
1.2	Angle solide	11
1.3	Luminance	12
1.4	Luminance et éclairement	13
1.5	Modèle d'illumination	14
1.6	Energie relative de l'éclaircement normalisé D_{65}	16
2.1	Coefficients de distribution du système XYZ	19
3.1	Réflexion sur un miroir parfait	24
3.2	Réflexion sur un matériau rugueux	25
3.3	Réflexion de la lumière sur une surface	26
3.4	Fonction de distribution de Beckmann pour $m=0.2$ et $m=0.6$	27
3.5	Réflexion sur une surface constituée de micro-facettes	28
3.6	Atténuation géométrique	30
3.7	Projection dans le plan d'incidence	30
3.8	Réfraction d'une onde plane	32
3.9	Les différents types de rayons	38
4.1	Influence de la résolution sur le crénelage	42
4.2	Suréchantillonnage d'un pixel	43
4.3	Suréchantillonnage adaptatif	45
A.1	Réflexion et réfraction d'une onde plane	48

Introduction

Les recherches les plus récentes en synthèse d'image ont permis d'augmenter considérablement le réalisme des images. Les efforts ont porté principalement sur l'élaboration de modèles d'éclairage permettant de rendre les effets de transparence, les reflets, les pénombres etc.

La technique de synthèse d'image par lancer de rayon [22] est celle qui permet de prendre en compte tous ces effets et d'obtenir le meilleur niveau de réalisme. Cette technique simule le fonctionnement d'un appareil photographique, en parcourant le trajet inverse de la lumière. La méthode consiste à lancer des rayons à partir d'un observateur à travers les points de contrôle d'un écran vers les objets d'une scène. Le programme calcule alors les intersections de chaque rayon avec chaque objet, et détermine laquelle est la plus proche. Les contributions des sources lumineuses à l'intensité du pixel sont calculées en lançant des rayons à partir du point d'intersection en direction des sources lumineuses. S'il se trouve un objet opaque entre le point d'intersection et la source lumineuse, alors le point se trouve à l'ombre. En fonction des propriétés physiques de réflexion et de transparence de l'objet rencontré, un nouveau rayon est lancé dans la direction de réflexion si l'objet est réfléchissant ainsi qu'un autre rayon dans la direction de réfraction si l'objet est transparent. Ces nouveaux rayons permettent d'obtenir les reflets et les effets de transparence. L'éclairage du point d'intersection est alors calculé en appliquant un modèle d'éclairage qui tienne compte de tous ces rayons.

Un modèle réaliste doit prendre en compte les propriétés de réflexion et de réfraction des matériaux, ceci à partir des paramètres physiques qui caractérisent les matériaux, tels que le spectre de réflectance, l'indice de réfraction (réel ou complexe), la rugosité ou encore le spectre d'absorption. Le réalisme d'un modèle sera augmenté par une description la plus précise possible des flux lumineux et par l'application la plus exacte possible des lois de la photométrie et de la colorimétrie, ainsi que par la prise en compte de sources lumineuses surfaciques (non ponctuelles) qui permet le rendu des pénombres.

Notre travail, qui consiste en l'étude et la mise en œuvre d'un modèle d'éclairage réaliste, s'inscrit dans ce cadre. Ce modèle a été intégré aux logiciels de synthèse d'image par lancer de rayon développé à l'IRISA.

En fait, cette étude a permis la mise au point de deux modèles. Le premier, sur la base du modèle présenté par COOK et TORRANCE [10], utilise les spectres de réflectance des matériaux à partir desquels la réflexion sur leur surface est calculée, et applique les lois de la photométrie et de la colorimétrie. Le second modèle est celui proposé par WHITED [26]. Il est plus simple et moins réaliste mais a permis une mise en œuvre rapide.

Le plan de ce rapport est le suivant. Le premier chapitre est une présentation des

grandeurs caractéristiques de la photométrie et des bases de la colorimétrie, qui permet un calcul chiffré des couleurs. On trouvera en préambule de ce chapitre un résumé des propriétés psychophysiologiques de la vision. Le deuxième chapitre est lui consacré à l'étude et à la mise en œuvre d'un modèle d'éclairement réaliste, le modèle de COOK et TORRANCE [10], amélioré grâce à l'application des notions présentées lors du chapitre précédent, et par la prise en compte de l'indice de réfraction complexe des matériaux métalliques. Ce modèle est ensuite comparé au modèle proposé par WHITTED [26]. Le troisième chapitre expose les causes du crénelage et quelques solutions pour tenter de remédier à ce défaut. En particulier, la mise en œuvre d'une méthode qui semble être un bon compromis entre coût et efficacité est détaillée dans ce chapitre.

Chapitre 1

Photométrie

1.1 Introduction

En photométrie et colorimétrie le but est de définir des rayonnements interprétés par notre sens de la vision. Il n'est pas nécessaire d'introduire le concept photonique, les rayonnements considérés étant toujours caractérisés par leur longueur d'onde, ou mieux par leur fréquence, indépendante du milieu. La mesure des grandeurs perceptibles par l'œil nécessite d'avoir une connaissance des mécanismes élémentaires de la vision.

1.2 Principales caractéristiques de l'œil

Le but de ce résumé est de rappeler les limites et possibilités du *système visuel humain*. Ce système étant très complexe (œil, nerf optique, cerveau), ses caractéristiques diffèrent selon les individus. Les propriétés décrites, telles que la réponse à la quantité de lumière, la réponse à la longueur d'onde ou encore à la structure spatiale de l'image sont celles d'un œil moyen, qui correspond à la moyenne statistique d'observateurs doués d'une bonne vue.

On peut considérer que les réactions de l'œil résultent de la superposition de deux sensations élémentaires :

- une sensation de *luminosité*
- une sensation *colorée* ou *chromatique*

Ceci s'explique par l'existence dans l'œil de deux types de cellules capables de transformer l'énergie lumineuse qu'elles reçoivent en influx nerveux.

1.2.1 Les éléments photosensibles de l'œil

Ces éléments se composent de deux sortes :

les **bâtonnets** sont très sensibles mais n'interprètent que la lumière. Ce sont eux qui interviennent lors de la vision nocturne.

les cônes ont une sensibilité assez faible et sont responsables de la vision diurne. Ils se répartissent en trois types, chacun d'eux ayant un spectre d'absorption dans le vert, le rouge ou le bleu. Ceci permet d'expliquer la sensibilité de l'œil aux couleurs.

1.2.2 Réponse à la quantité de lumière

La sensation de luminosité suit approximativement une loi logarithmique en fonction de la puissance excitatrice et on appelle cette sensation la *clarté*. La variation de la sensibilité de l'œil est due en partie au diaphragme réglable de l'iris et à l'adaptation de la sensibilité de la rétine. La Compagnie Internationale de l'Eclairage (CIE) a normalisé en 1964 cette loi afin de définir une réponse pour un observateur fictif, dit de *référence*. Cette loi est connue sous le nom de loi de Fechner

1.2.3 Réponse à la longueur d'onde

Dans l'ensemble des rayonnements électromagnétiques, seule une bande relativement étroite, comprise (pour un observateur moyen) entre 380 et 765 nanomètres est traduite en sensations lumineuses par nos yeux et notre cerveau. Cette bande est appelée *spectre visible*. A l'intérieur de ce domaine, la sensation de luminosité varie en fonction de la longueur d'onde, i.e de la couleur du rayonnement. La représentation graphique de la sensibilité de l'œil en fonction de la longueur d'onde est donnée par la *courbe de visibilité relative* $V(\lambda)$ (figure 1.1), qui correspond à l'observateur de référence.

1.2.4 Réponse à la structure spatiale de l'image

Les performances spatiales de l'œil portent le nom d'*acuité visuelle*. L'expérience montre qu'une mire *fixe* constituée de lignes noires et blanches (mire de FOUCAULT) est perçue à partir d'une certaine distance comme une plage grise uniforme. L'acuité visuelle diminue lorsque le contraste diminue (lignes gris clair et lignes gris foncé) et aussi lorsque la fréquence spatiale diminue (lignes plus étroites et plus rapprochées). L'acuité visuelle est aussi fonction de l'orientation de la mire : optimale si les lignes sont horizontales ou verticales et minimale si les lignes sont obliques (45 degrés). Ces résultats permettent de mettre en évidence l'existence d'une période spatiale maximale perceptible par l'œil humain.

En conclusion, nous pouvons dire qu'une lumière a toujours un double aspect : d'une part l'aspect physique de l'énergie rayonnée, d'autre part celui de l'interprétation psychosensorielle de cette énergie, conséquence des caractéristiques de la vision humaine [12, 21].

La mesure des grandeurs relatives aux rayonnements, évalués selon l'impression visuelle qu'ils provoquent sur la base de certaines conventions, est l'objet de la photométrie.

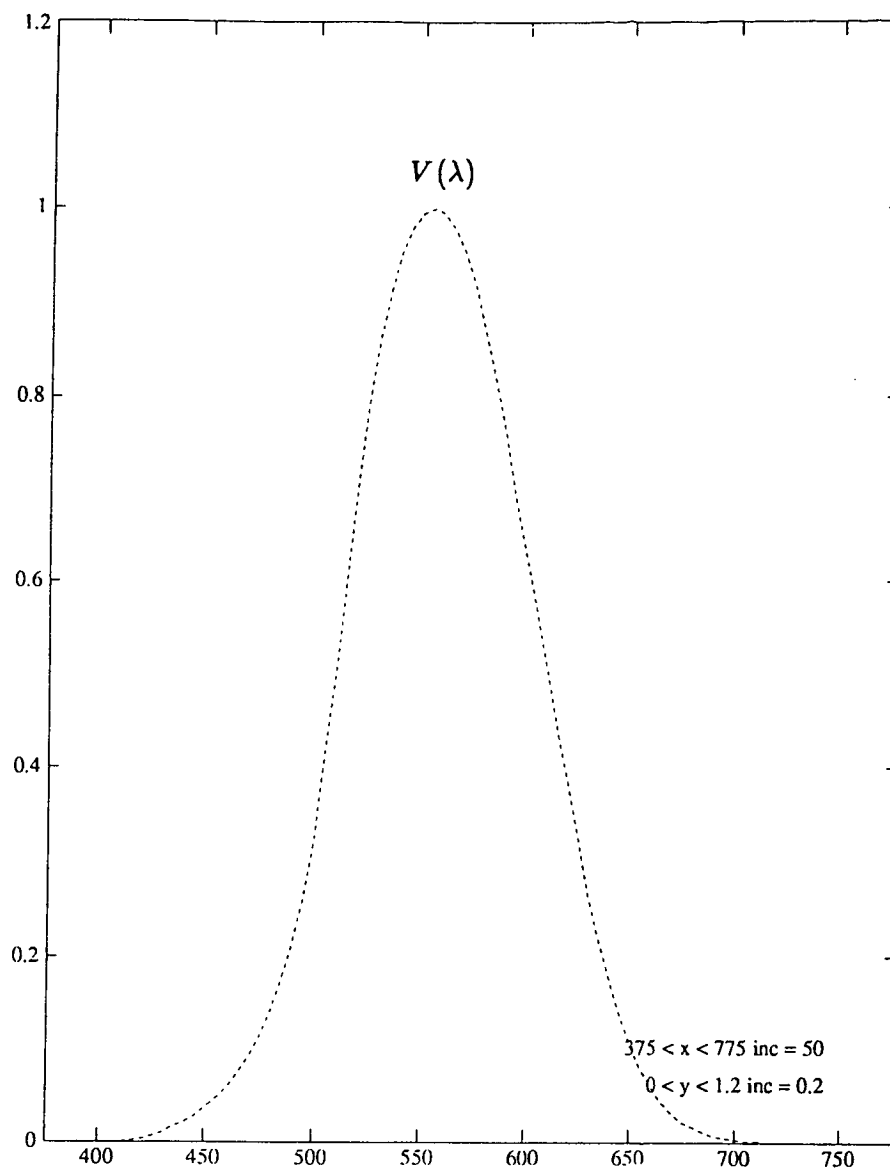


Figure 1.1 : Courbe de visibilité relative

En synthèse d'image réaliste, il est donc nécessaire d'avoir une connaissance approfondie de ces phénomènes, afin que l'image générée par ordinateur provoque les mêmes sensations visuelles que la scène réelle qu'elle simule.

Le terme *luminosité* caractérise la notion d'éclat d'une source lumineuse, ou l'aspect plus ou moins éclairé, clair ou sombre, paraissant réémettre plus ou moins de lumière. La luminosité est le correspondant psychosensoriel de la grandeur photométrique dénommée *luminance*.

1.2.5 Caractéristiques externes de l'œil

1.2.6 Grandeurs caractéristiques de la photométrie

Flux énergétique - Flux lumineux

Le flux énergétique est la puissance, i.e une énergie rayonnée par unité de temps, qui traverse une surface éclairée donnée et est exprimée en *Watts*. A cette grandeur rationnelle (physique) est associé le flux lumineux, exprimé en *lumens*, qui tient compte de la sensibilité relative $V(\lambda)$ de l'œil normal moyen humain.

1. Source monochromatique

Elle est parfaitement déterminée par sa longueur d'onde λ_0 . Son flux énergétique de rayonnement est ϕ_e . Le flux lumineux est

$$\phi_v = 680 V(\lambda_0) \phi_e(\lambda_0)$$

2. Source à spectre de raies

Le flux énergétique émis par une telle source est

$$\phi_e = \sum \phi_e(\lambda_i)$$

son flux lumineux est

$$\phi_v = 680 \sum_{i=1}^n V(\lambda_i) \phi_e(\lambda_i)$$

où n est le nombre de raies du spectre de la source lumineuse.

3. Source à spectre continu

Le flux global émis par la source est

$$\phi_e = \int_0^\infty \phi_e(\lambda) d\lambda$$

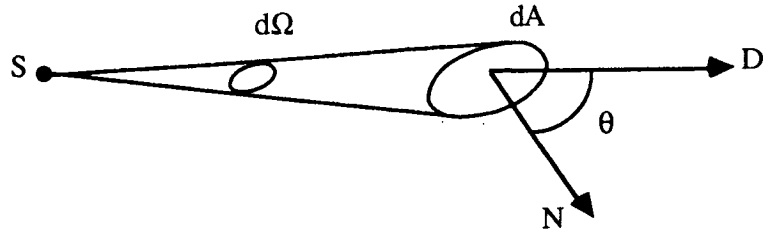


Figure 1.2 : Angle solide

où $\phi_e(\lambda)$ est le flux énergétique *monochromatique* correspondant aux radiations comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$.

$$\phi_v = 680 \int_0^\infty V(\lambda) \phi_e(\lambda) d\lambda$$

Angle solide

S étant une source lumineuse ponctuelle, le flux énergétique qui traverse dA est transmis dans le cône limité par les rayons qui s'appuient sur le contour de l'élément de surface dA (figure 1.2). La valeur de ce cône s'exprime par l'*angle solide*

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2}$$

dont l'unité est le *stéradian*.

Si la droite D (axe) joignant la source et le centre de dA n'est pas perpendiculaire à dA alors

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} \cos \theta$$

où θ est l'angle formé par D avec le vecteur normal à l'élément de surface dA . $dA \cos \theta$ représente la surface de la projection de dA sur un plan perpendiculaire à l'axe D .

Intensité

Il passe $d\phi$ lumens dans $d\Omega$. L'intensité de rayonnement est

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega}$$

L'unité est le *candela* équivalent à des *lumens/stéradians*. Le terme anglais correspondant est *intensity*.

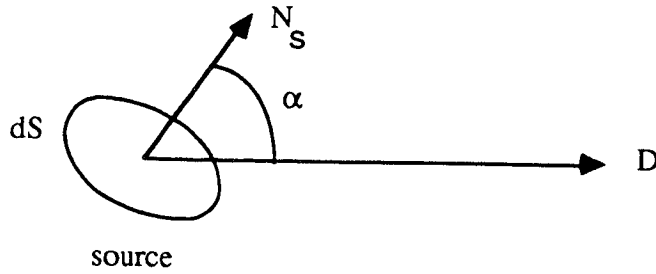


Figure 1.3 : Luminance

Eclairement

Une surface éclairée reçoit une quantité de lumière $d\phi$ sur chaque élément de surface dA . Cette densité surfacique de flux est appelée *éclairement*.

$$E = \frac{d\phi}{dA}$$

On peut exprimer E en fonction de I tel que :

$$E = \frac{d\phi}{dA} = I \frac{\cos \theta}{r^2}$$

Si $\theta = 0$, la surface est éclairée au maximum. Au contraire, si $\theta = \pi/2$ l'éclairement est nul. Le terme anglais qui désigne cette quantité est : *Irradiance*.

Luminance

La luminance s'applique seulement à des sources surfaciques, ou à des objets éclairés qui sont considérés alors comme des sources secondaires pour lesquelles on peut définir une surface.

Un observateur voit une source de lumière de surface dS telle que le montre la figure 1.3. La surface apparente est $dS \cos \alpha$ où α est l'angle entre la direction de l'observateur et la direction normale à la surface source dS . La *luminance* de cette source, pour l'observateur est

$$L = \frac{dI}{dS \cos \alpha}$$

et l'unité dans laquelle elle est exprimée est le *nit* ($1\text{nit} = 1\text{candela}/\text{m}^2$). Le terme anglais correspondant est : *radiance*.

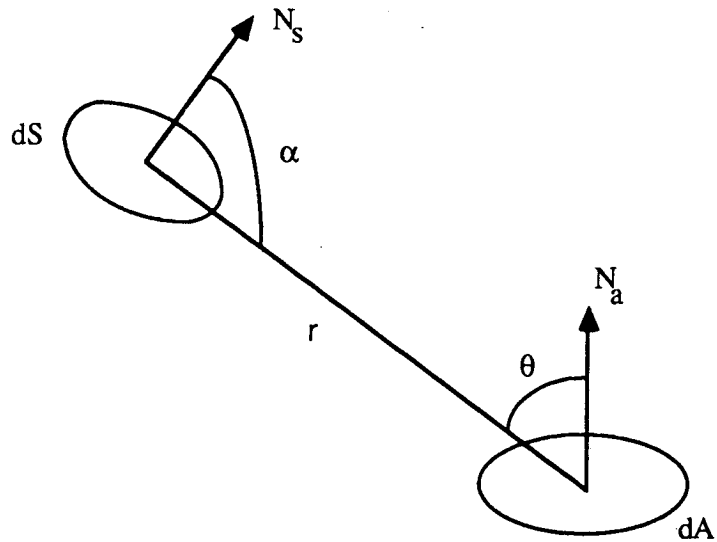


Figure 1.4 : Luminance et éclaïrement

Conséquence

Soit une source surfacique dS éclairant un élément de surface dA comme indiqué par la figure 1.4. La luminance est

$$L = \frac{dI}{dS \cos \alpha}$$

Or

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega}$$

On peut donc écrire :

$$L = \frac{d^2\phi}{d\Omega dS \cos \alpha}$$

Or

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} \cos \theta$$

D'où

$$L = \frac{d^2\phi r^2}{dA \cos \theta dS \cos \alpha}$$

$$L = \frac{d^2\phi}{\frac{dS \cos \alpha}{r^2} dA \cos \theta}$$

$$L = \frac{d^2\phi}{d\omega dA \cos \theta}$$

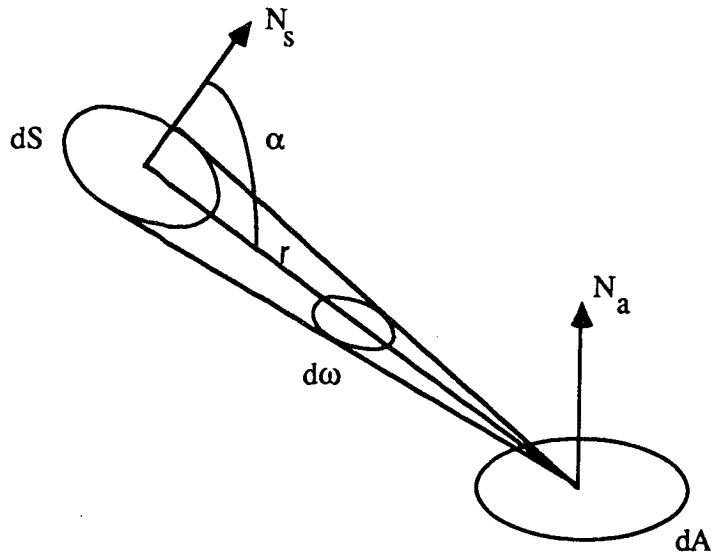


Figure 1.5 : Modèle d'illumination

et

$$E = \frac{d\phi}{dA}$$

$$E = L \cos \theta d\omega$$

$d\omega$ est l'angle solide sous lequel le centre de dA (surface éclairée) voit la surface dS (figure 1.5).

Existence

C'est le rapport du flux total rayonné par élément de source sur l'aire de cet élément. Elle ne fait pas intervenir de direction particulière.

$$M = \frac{d\phi}{dS}$$

dS peut être un élément de source primaire (source lumineuse) ou secondaire (objet réfléchissant). Le terme anglais correspondant est *exitance*. En fait l'éclairement correspond à une énergie reçue par une surface réceptrice alors que l'existence correspond à une énergie émise par une source surfacique.

1.2.7 Définition des sources lumineuses

Les sources lumineuses *primaires* sont des objets susceptibles de transformer une énergie (calorifique ou électrique le plus souvent) en rayonnements électromagnétiques dont une partie est située dans le spectre visible. On peut distinguer deux types de sources lumineuses :

les sources ponctuelles sont telles que les rayons qu'elles émettent sont tous émis d'un même point. Les étoiles peuvent être considérées comme des sources ponctuelles.

les sources surfaciques émettent de l'énergie de points géométriquement différents. Leurs dimensions sont importantes pour l'observateur.

Sources étalons de lumière blanche

La CIE a défini en 1931 trois sources étalons de blanc : A , B et C . La télévision a elle défini deux autres blancs de référence, le blanc N pour la télévision en noir et blanc et le blanc D_{65} pour la télévision en couleur (figure 1.6).

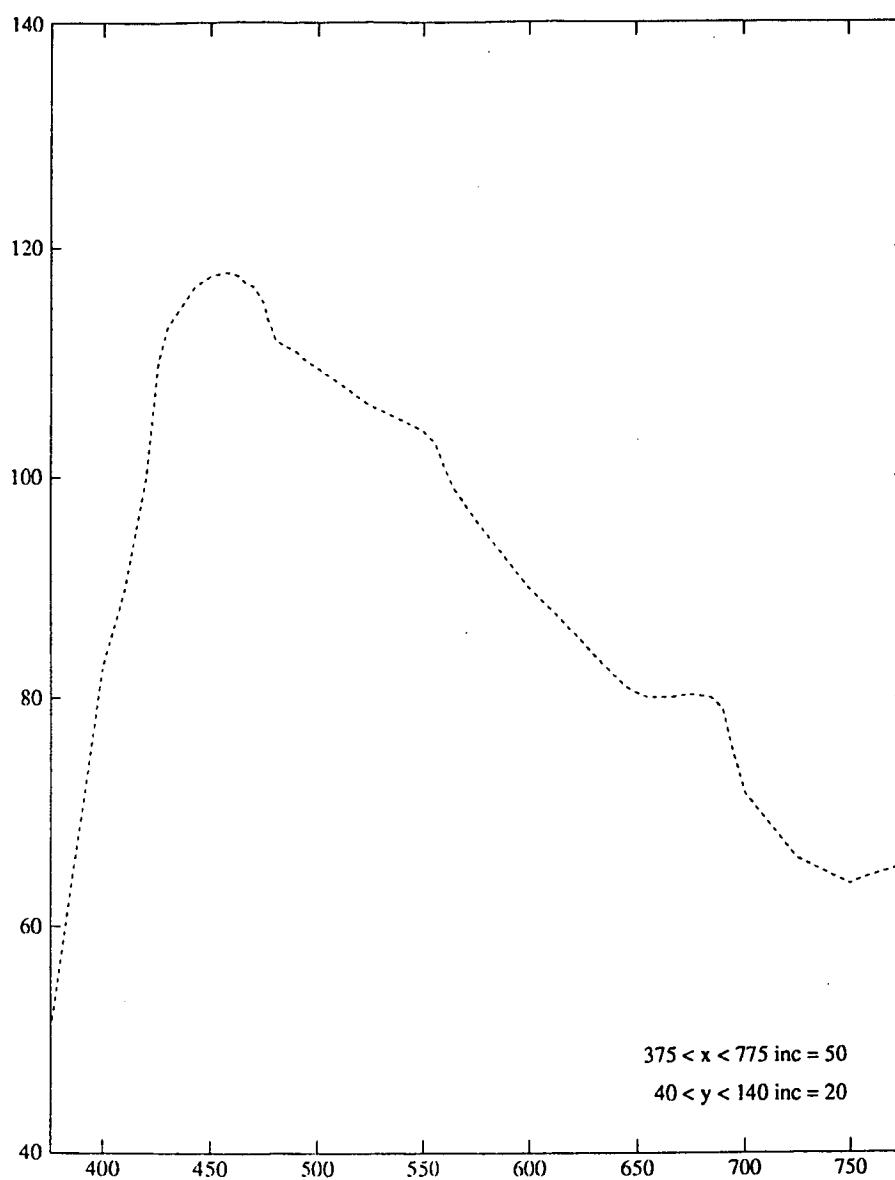


Figure 1.6 : Energie relative de l'éclairage normalisé D_{65}

Chapitre 2

Colorimétrie

Pour bien comprendre les problèmes relatifs aux couleurs en synthèse d'image, on se doit de considérer les quantités physiques de base qui contribuent à la perception des couleurs [12]. C'est principalement l'énergie relative de chaque longueur d'onde du domaine visible qui produit la sensation de couleur. La génération d'images de synthèse d'un haut degré de réalisme implique le calcul de la distribution spectrale d'énergie en chaque point de la scène, ainsi que la conversion de ces distributions dans le système trichromatique de reproduction des couleurs des écrans de télévision. La difficulté réside dans le fait de pouvoir reproduire, en n'utilisant que trois composantes, les mêmes sensations qu'une distribution spectrale d'énergie.

2.0.8 Théorie trichromatique de la couleur

Les couleurs primaires

Pour reproduire le plus grand nombre de couleurs possibles, il faut que les trois couleurs de base, ou *primaires* aient les propriétés suivantes :

- Les couleurs primaires doivent être aussi différentes que possible les une des autres.
- Aucune des couleurs primaires ne doit pouvoir être obtenue à partir du mélange des deux autres.
- à des proportions déterminées des trois primaires, il ne doit correspondre qu'une seule couleur.

Le système *RVB* de la CIE

La *Commission Internationale de l'Eclairage* a défini un repère de couleurs dont les composantes de base sont le rouge, le vert et le bleu (notés *R*, *V* et *B*), les trois

couleurs utilisées en télévision. Ces trois couleurs ont été définies comme étant les longueurs d'onde suivantes :

rouge $\lambda = 700$ nanomètres

vert $\lambda = 546$ nanomètres

bleu $\lambda = 435.8$ nanomètres

Ce système présente l'avantage de rester très proche de ceux utilisés par la plupart des moniteurs, et permet de reproduire la plupart des couleurs rencontrées dans la nature.

Calcul des composantes *RVB* d'un rayonnement

Soit $E(\lambda)$ le spectre énergétique qui détermine le rayonnement, les valeurs de R , V et B sont calculées de la manière suivante :

$$R = K \int_0^{\infty} E(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$V = K \int_0^{\infty} E(\lambda) \bar{v}(\lambda) d\lambda$$

$$B = K \int_0^{\infty} E(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

où $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{v}(\lambda)$ et $\bar{b}(\lambda)$ sont les *fonctions de pondération* du système, appelés aussi *coefficients de distribution de système*.

Ces fonctions sont nulles en dehors du domaine visible pour un observateur moyen et, s'agissant de flux lumineux, on a $K = 680 \text{ lm/W}$. On peut donc écrire :

$$R = 680 \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$V = 680 \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{v}(\lambda) d\lambda$$

$$B = 680 \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

Le système *XYZ* de la CIE

La *Commission Internationale de l'Eclairage* a normalisé un système à trois primaires irréelles X , Y et Z , dont le coefficient de distribution $\bar{y}(\lambda)$ n'est autre que la sensibilité de l'observateur de référence : $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda)$. Les composantes X , Y et Z sont respectivement obtenues par intégration du produit de la distribution spectrale d'énergie par les coefficients de distribution du système $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$ dont la forme est décrite par la figure 2.1.

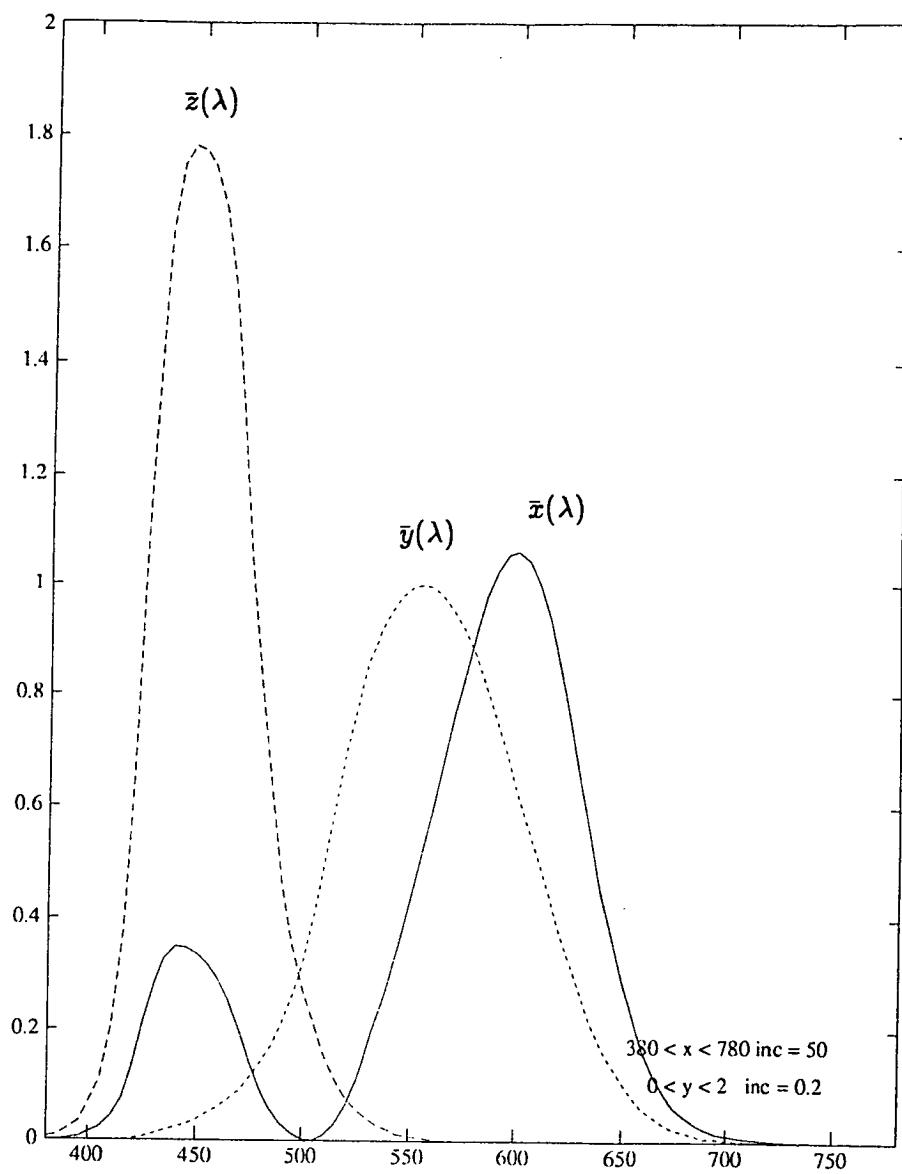


Figure 2.1 : Coefficients de distribution du système XYZ

$$X = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda$$

$$Y = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda$$

$$Z = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda$$

Le repère XYZ étant indépendant du type de moniteur utilisé, il peut être intéressant, pour constituer une base de données de couleurs, d'utiliser ce repère, à condition de savoir convertir ces couleurs dans le système RVB du moniteur.

Passage de XYZ à RVB

Cette transformation, équivalente à un changement de repère, peut s'exprimer sous forme de matrice :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_r & X_v & X_b \\ Y_r & Y_v & Y_b \\ Z_r & Z_v & Z_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix}$$

où R , V et B sont les coordonnées de la couleur dans le repère RVB et sont comprises entre 0 et 1, et X , Y et Z représentent les coordonnées de cette couleur dans le repère XYZ . les éléments $X_r, X_v, X_b, Y_r, Y_v, Y_b, Z_r, Z_v$ et Z_b sont déterminés à partir des coordonnées chromatiques des luminophores du moniteur. L'obtention des valeurs de ces éléments est décrite en appendice C.

2.0.9 Choix d'un repère de couleur optimal

L'exactitude de la conversion de la distribution spectrale d'énergie dans les trois composantes R , V et B du moniteur dépendra de la connaissance qu'on peut avoir du spectre, i.e du nombre d'échantillons constituant le spectre et du choix des longueurs d'onde.

Une solution triviale consistant à prendre un nombre d'échantillons très important, de façon à approcher le plus finement le spectre, tendra certes à minimiser les erreurs dues à l'échantillonnage, mais ceci au prix d'un accroissement du temps de calcul, et aussi d'une description très laborieuse des matériaux et des sources lumineuses.

Il s'agit donc de réduire le nombre d'échantillons tout en minimisant l'erreur. Le problème posé est celui du critère de choix des longueurs d'onde.

La solution réside dans le choix d'un repère de couleur optimal du point de vue de la synthèse des couleurs.

Les sensibilités spectrales fondamentales

Un repère dont le choix paraît s'imposer est le repère *SML*, où les coefficients $\bar{s}(\lambda)$, $\bar{m}(\lambda)$ et $\bar{l}(\lambda)$ sont les sensibilités fondamentales du système visuel humain.

Pour minimiser l'effet d'éventuelles erreurs, les axes d'un espace de couleur optimal doivent être orientés de telle sorte qu'ils traversent les régions où les composantes des couleurs apparaissent le plus fréquemment.

Le repère optimal

Le repère de couleur AC_1C_2 est un repère qui possède des propriétés telles que ses axes A , C_1 et C_2 ont une importance proportionnelle à la densité des régions qu'ils traversent : A est plus important que C_1 , et dans une moindre mesure, C_1 est plus important que C_2 [18].

Transformation XYZ - AC_1C_2

Le passage du système de couleurs *XYZ* au repère AC_1C_2 s'effectue par la transformation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} A \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0177 & 1.0090 & 0.0073 \\ -1.5370 & 1.0821 & 0.3209 \\ 0.1946 & -0.2045 & 0.5264 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Evaluation des composantes AC_1C_2

Le calcul des composantes AC_1C_2 s'obtient par l'évaluation des intégrales :

$$A = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda$$

$$C_1 = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{c}_1(\lambda) d\lambda$$

$$C_2 = \int_{380}^{780} E(\lambda) \bar{c}_2(\lambda) d\lambda$$

Le calcul de ces intégrales peut être approximé par les sommes :

$$A = \sum_{i=1}^{n_1} H_i E(\lambda_i)$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^{n_2} H_i E(\lambda_i)$$

$$C_2 = \sum_{i=1}^{n_3} H_i E(\lambda_i)$$

où les coefficient H_i sont les poids des échantillons λ_i nécessaires pour calculer A , C_1 et C_2 .

Technique de sélection des longueurs d'onde

Les longueurs d'onde dépendent du nombre d'échantillons utilisés et correspondent approximativement aux extrema des coefficients de distribution du système. Les valeurs de ces longueurs d'onde λ_i et des coefficients H_i associés ont été calculées pour des nombres d'échantillons différents [18] de telle sorte qu'ils maintiennent le calcul de A , C_1 et C_2 aussi précis que possible.

L'erreur commise en utilisant cette méthode a été évaluée : elle est minimisée en utilisant plus d'échantillons et en les répartissant de la manière suivante : on distribue les échantillons le plus équitablement sur les trois composantes. Si on n'utilise pas le même nombre de valeurs sur chaque composante, on doit privilégier A par rapport à C_1 et C_1 par rapport à C_2 .

Dans tous les cas, cette méthode maintient l'erreur inférieure à celle qu'on pourrait commettre avec d'autres méthodes, mais présente l'inconvénient de ne pas permettre l'évaluation de spectres de raies.

Chapitre 3

Modèles d'éclairage

Les objets réémettent une partie de la lumière qu'ils reçoivent vers nos yeux, ce qui permet d'apprécier leurs formes, leurs couleurs et leur distance. On dit de ces objets qu'ils se comportent comme des sources de lumière secondaires, car ils ne font que réfléchir ou transmettre les rayons qui les éclairent, issus des sources lumineuses, qu'elles soient primaires ou secondaires.

Le flux lumineux éclairant un corps se divise en trois parties :

- le flux réfléchi
- le flux transmis
- le flux absorbé

en suivant la loi de conservation du flux :

$$\text{flux incident} = \text{flux réfléchi} + \text{flux transmis} + \text{flux absorbé}$$

Dans cette étude, on n'envisagera que le cas de matériaux homogènes et isotropes, et on se limitera aux textures microscopiques (la rugosité).

3.1 Etude d'un modèle réaliste

La réflexion de la lumière sur des surfaces réelles a été l'objet de nombreuses études théoriques. Les travaux réalisés dans ce domaine par TORRANCE et SPARROW [24] ainsi que par BLINN [2] sont à l'origine du modèle présenté par COOK et TORRANCE [10]. Ces travaux ont permis de modéliser la réflexion et la rugosité des matériaux.

BOUVILLE [6, 4] a complété ce modèle en modélisant la réfraction, ceci en tenant compte de la théorie électromagnétique [3, 17]. C'est ce dernier modèle qui est le point de départ de notre travail.

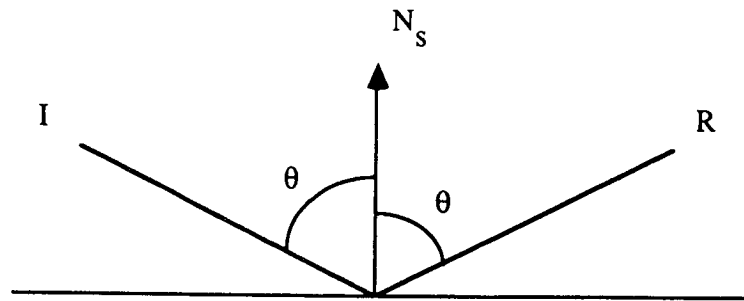


Figure 3.1 : Réflexion sur un miroir parfait

3.1.1 Etude de la réflexion

Une étude approfondie montre que la lumière réfléchie provient de deux types de réflexions :

La réflexion spéculaire (du latin *speculum* : miroir) est produite par des surfaces polies, métalliques le plus souvent. La direction du rayon réfléchi est symétrique de celle du rayon incident par rapport à la normale à la surface (Loi de *Descartes*), comme le montre la figure 3.1.

la réflexion diffuse est produite par des corps rugueux et mats, qui renvoient la lumière de façon uniforme dans toutes les directions (figure 3.2). La surface a même apparence lumineuse, quelle que soit la direction d'observation. C'est le cas de la craie et des écrans de cinéma.

En fait, les objets que l'on rencontre ne sont en général ni des miroirs parfaits, ni des diffuseurs parfaits : la réflexion de la lumière sur leur surface est l'addition de deux composantes : spéculaire et diffuse. Cette réflexion R est appelée *réflectance bidirectionnelle* et est égale à

$$R = sR_s + dR_d \text{ avec } s + d = 1$$

où s et d désignent les proportions du flux lumineux incident qui sont respectivement à l'origine des composantes spéculaire et diffuse.

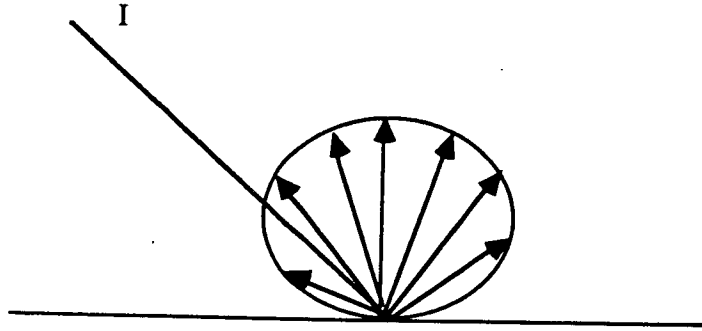


Figure 3.2 : Réflexion sur un matériau rugueux

Ces deux composantes ont une origine physique très différente dans le cas de matériaux non conducteurs. Ces matériaux sont généralement constitués d'un substrat transparent contenant une multitude de pigments colorés. Une partie du flux lumineux reçu par la surface sera réfléchi par réflexion spéculaire sur le substrat transparent, ce qui provoquera la composante spéculaire. La couleur de cette composante sera donc proche de la couleur de la source. Une autre partie de ce flux reçu va pénétrer dans l'objet et sera réfléchi dans toutes les directions par les pigments colorés, ce qui produira la composante diffuse dont la couleur sera proche de la couleur des pigments.

Etude de la réflexion spéculaire

R_s dépend des caractéristiques physiques du matériau, principalement de son indice de réfraction, et de l'état de sa surface.

R_s est donné par la formule :

$$R_s = \frac{1}{4\pi} \frac{F.D.G}{(N.L)(N.V)}$$

où $(N.L)$ désigne le cosinus de l'angle formé par la normale à la surface et la direction de la source lumineuse, et $(N.V)$ le cosinus de l'angle formé par la normale à la surface et la direction de l'observateur (figure 3.3).

- **Facteur de Fresnel F**

F caractérise la *réflectance* du matériau, i.e le rapport du flux lumineux réfléchi

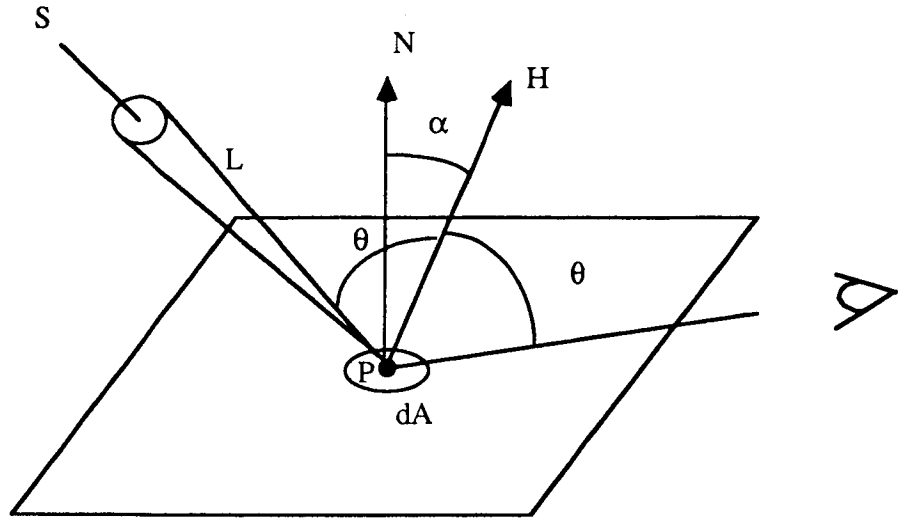


Figure 3.3 : Réflexion de la lumière sur une surface

sur le flux lumineux incident sur une surface parfaitement lisse, et est fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence. F est obtenu théoriquement à partir des équations de Fresnel qui caractérisent, à partir de l'équation de l'onde incidente, les ondes réfléchies et transmises. Le détail des calculs se trouve en appendice A.

Sous incidence rasante ($\theta = \pi/2$), le facteur de Fresnel vaut 1, quelle que soit la longueur d'onde du rayon incident. Cela signifie que la totalité des rayons reçus est réfléchi.

- **Fonction de distribution des facettes D**

Les surfaces des matériaux ne sont jamais parfaitement lisses, mais sont composées de petites facettes disposées aléatoirement. On supposera que ces petites surfaces, appelées *micro-facettes* se comportent comme des miroirs parfaits. Seules les facettes de normale orientée dans la direction de H —la bissectrice de l'angle formé par la direction de la source et la direction de l'observateur— contribuent à la composante spéculaire. Ces facettes suivent une loi de probabilité de densité D , qui permet de déterminer la proportion de facettes orientées dans une direction donnée. Parmi les fonctions de distribution des facettes qui ont été proposées [20, 24, 2], on retient la fonction proposée par Beckmann (figure 3.4) car elle ne nécessite pas l'introduction de constante arbitraire et fournit de bons résultats. Elle est égale à :

$$D = \frac{1}{m^2 \cos^4 \alpha} e^{-[(\tan \alpha)/m]^2}$$

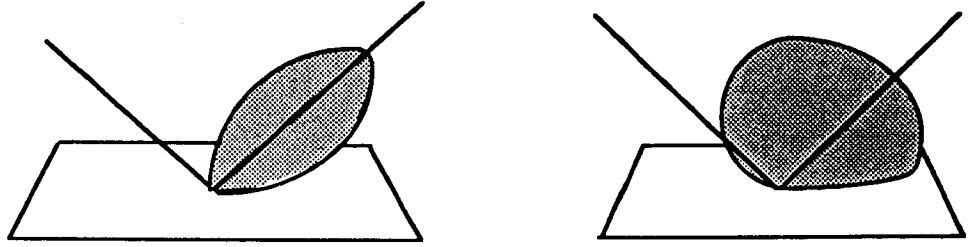


Figure 3.4 : Fonction de distribution de Beckmann pour $m=0.2$ et $m=0.6$

où α est l'angle formé par la normale à la surface et la direction de la bissectrice de l'angle défini par la direction de la source lumineuse et celle de l'observateur. La valeur m caractérise la rugosité du matériau : plus le matériau a une surface lisse, plus m est petit.

L'utilisation de cette distribution de Beckmann n'engendre pas un calcul excessif. En effet, si nous écrivons

$$-\tan^2 \alpha = 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha},$$

nous voyons bien qu'il suffit de calculer $1/m^2$ et $1/\cos^2 \alpha$ pour évaluer D car

$$-\frac{\tan^2 \alpha}{m^2} = \frac{1}{m^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right),$$

$$\frac{1}{m^2 \cos^4 \alpha} = \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha}\right)^2.$$

- **Facteur d'atténuation géométrique G**

De par leur orientation relative, certaines micro-facettes peuvent se trouver partiellement à l'ombre d'une facette voisine. Un autre cas peut se produire dans lequel une micro-facette intercepte une partie de la lumière réfléchiée par une micro-facette voisine.

Le facteur G représente la proportion de lumière qui s'échappe après réflexion sur les micro-facettes. Compte tenu des différentes positions de l'observateur et

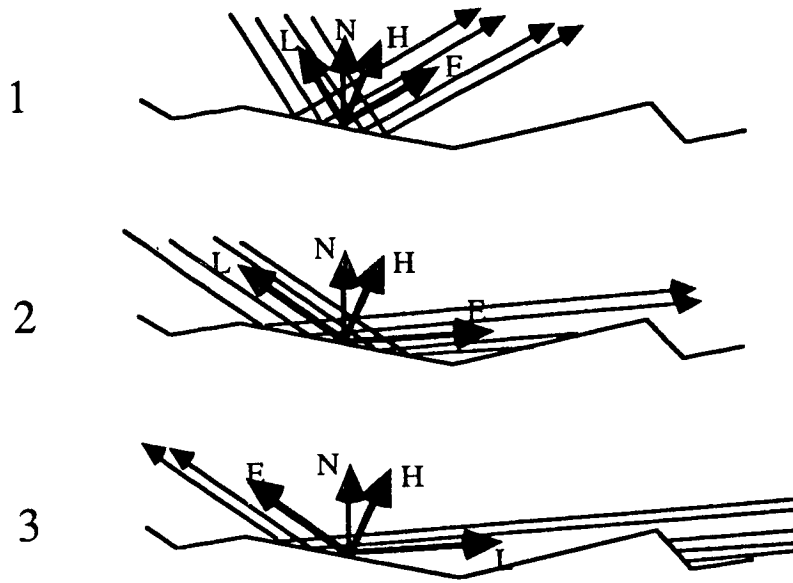


Figure 3.5 : Réflexion sur une surface constituée de micro-facettes

de la source lumineuse, trois cas peuvent se présenter et sont illustrés par la figure 3.5. N est le vecteur normal à la surface, E est le vecteur dans la direction de l'observateur et L le vecteur dans la direction de la source. H est le vecteur directeur de la bissectrice de l'angle formé par E et L . Voici ces trois cas :

1. Aucun rayon n'est intercepté et donc $G = 1$.
2. Une partie des rayons réfléchis par une facette est interceptée. On désire calculer la proportion de lumière qui peut s'échapper et parvenir à l'observateur. On constate qu'il existe une limite au delà de laquelle les rayons réfléchis sont interceptés par la surface : la proportion de ces rayons est m/l (figure 3.6). Les vecteurs N , E et H ne sont pas forcément coplanaires. On résout le problème en projetant E dans le plan formé par N et H . On obtient la figure 3.7. En appliquant la loi des sinus, on obtient :

$$\frac{m}{l} = \frac{\sin f}{\sin b}$$

On remarque que

$$\sin b = \cos e$$

$$\cos b = \sin e$$

La somme des angles d'un triangle vaut 2π ; on a donc

$$\sin f = \sin(b + c)$$

$$\sin f = \sin b \cos c + \cos b \sin c$$

Les angles a et d sont complémentaires, ce qui permet d'écrire

$$\begin{aligned} c &= 2d \\ \cos c &= 1 - \sin^2 d = 1 - 2 \cos^2 a \\ \sin c &= 2 \cos d \sin d = 2 \sin a \cos a \end{aligned}$$

$\sin f$ s'écrit maintenant :

$$\begin{aligned} \sin f &= \cos e(1 - 2 \cos^2 a) + 2 \sin e \cos a \sin a \\ \sin f &= \cos e - 2 \cos a(\cos e \cos a - \sin b \sin a) \\ \sin f &= \cos e - 2 \cos a \cos(e + a) \\ \sin f &= (H.E_p) - 2(N.H)(N.E_p) \end{aligned}$$

Rappelons que E_p est la projection de E sur le plan formé par N et H ; on a alors $(N.E_p) = (N.E)$ et $(H.E_p) = (H.E)$. La proportion de rayons non interceptés est :

$$G = 1 - \frac{m}{l} = \frac{2(N.H)(N.E)}{(E.H)}$$

3. Une partie de la lumière incidente est interceptée avant de heurter la surface d'une micro-facette. Seule la surface éclairée de cette micro-facette contribue à réémettre de la lumière. Le calcul de la proportion de surface illuminée est symétrique du cas précédent : il suffit d'intervertir E et L . On obtient alors :

$$G = \frac{2(N.H)(N.L)}{(E.H)}$$

Pour une situation donnée, G est finalement calculé par :

$$G = \min\left(1, \frac{2(N.H)(N.E)}{(E.H)}, \frac{2(N.H)(N.L)}{(E.H)}\right)$$

Etude de la réflexion diffuse

A l'inverse de la réflexion spéculaire, la réflexion diffuse est plus difficile à maîtriser du fait que des rayons sont émis dans toutes les directions. Pour étudier réellement cette réflexion, on devrait tenir compte de toutes les directions où sont éparpillés les rayons lumineux, la contribution finale de tous ces rayons étant l'intégrale sur l'angle solide qui contient les rayons réfléchis.

En lancer de rayon simple, on est amené à faire des approximations et généralement R_d est calculé de la façon suivante [10] :

$$R_d = \frac{F_0}{\pi}$$

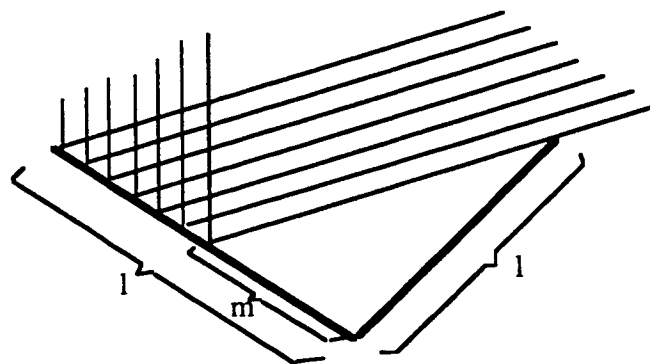


Figure 3.6 : Atténuation géométrique

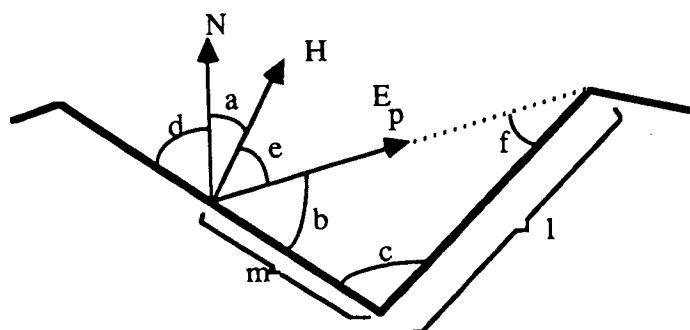


Figure 3.7 : Projection dans le plan d'incidence

F_0 étant le coefficient de réflexion sous incidence normale. Cette approximation de R_d n'est valable que pour des objets métalliques car le spectre de réflectance de ces matériaux varie très peu avec l'angle d'incidence.

La réflexion diffuse due aux effets d'éclairage indirect ne peut être calculée précisément selon cette approche. Cet éclairage, souvent appelé éclairage ambiant, est généralement évaluée très approximativement de la manière suivante :

$$L_{ia} = d R_d E_{ia}$$

Cette approximation n'est en fait pas correcte, seules les méthodes mettant en œuvre des modèles d'éclairement globaux peuvent l'évaluer exactement [13, 8, 25, 23, 5].

3.1.2 Etude de la transmission

Une plus ou moins grande quantité de lumière reçue par un corps peut traverser celui-ci. Lorsqu'un rayon passe d'un milieu (1) dans un autre milieu (2), sa direction est modifiée (figure 3.8). Le calcul de cette direction s'effectue à partir de la *loi de Snell* :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

qu'on peut réécrire

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

où n_1 et n_2 sont respectivement les indices de réfraction des milieux (1) et (2).

L'indice de réfraction d'un matériau étant dépendant de la longueur d'onde, les différents rayons qui constituent le spectre lumineux auront une direction transmise différente. C'est ce qu'on appelle l'effet de *dispersion*. Comme pour le calcul de la réflexion, où l'on ne considère que la direction privilégiée dite spéculaire, on ne s'intéresse dans le cas de la transmission qu'à une direction unique, dite direction transmise.

Pour calculer cette direction, on utilisera une valeur moyenne de l'indice de réfraction. Cette valeur est celle mesurée pour la longueur d'onde 589 nm qu'on qualifie de moyenne (c'est la fréquence de la raie spectrale émise par une lampe au sodium). Dans les autres directions on considère le flux transmis comme étant nul.

Lors du passage du rayon d'un milieu (1) à un autre (2) moins réfringent ($n_1 > n_2$), il existe un angle limite, au dessus duquel il n'est plus possible de calculer la direction transmise. (Cela donnerait $\sin \theta_2 > 1$). On appelle cet angle *angle de réflexion totale*. La valeur de cet angle est θ_1 tel que $\sin \theta_1 = n_2/n_1$.

De la même façon que F traduit la *réflectance* du matériau, $T = 1 - F$ exprime la *transmittance*.

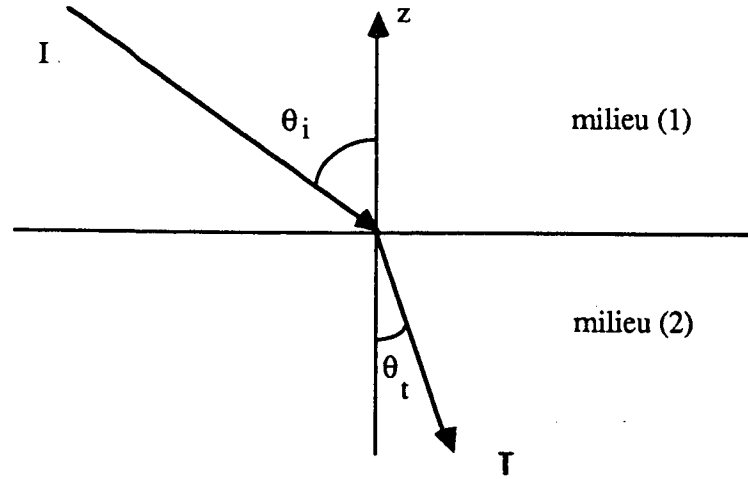


Figure 3.8 : Réfraction d'une onde plane

3.1.3 Etude de l'absorption

La lumière subit une atténuation en traversant un corps transparent. Cette absorption dépend des caractéristiques du milieu transparent selon la *loi de Bouguer et Lambert* :

$$\phi_t = \phi e^{-2k\sigma l}$$

où k est l'indice d'absorption du milieu, l est la longueur du trajet du rayon lumineux dans le matériau et σ vaut $2\pi/\lambda$. A cause de la difficulté de disposer de telles informations, on écrit plus souvent cette loi sous la forme

$$\phi_t = \phi e^{-\beta l}$$

où β caractérise l'absorption du milieu et dépend de la longueur d'onde, ce qui donne une coloration à la lumière transmise.

3.1.4 Calcul des flux lumineux réfléchis

Eclairage direct

L'observateur regarde le point P de la surface, P étant éclairé par une source lumineuse surfacique de surface élémentaire dS comme l'illustre la figure 3.3. La luminance réfléchie dL_r , en ce point P est :

$$dL_r = R L_i (N.L) d\omega$$

où $d\omega$ est l'angle solide de sommet P et dont la base s'appuie sur les contours de la surface dS . Cet angle solide est égal à :

$$d\omega = \frac{dS}{r^2}$$

et L_i est la luminance de la $i^{\text{ème}}$ source lumineuse.

Eclairage indirect

En ce qui concerne la composante spéculaire due à l'éclairage indirect, un seul rayon sera lancé dans la direction idéale donnant un flux réfléchi maximal ($\alpha = 0$), l'effet de dispersion de la lumière introduit par la rugosité de la surface étant négligé ($m = 0$). Etant donnée cette approximation, cette composante spéculaire est donnée par

$$L_{is} = s F L_i$$

où L_i est la luminance du point d'intersection entre le rayon secondaire et la scène. Cette composante spéculaire peut être exactement calculée à l'aide de la technique dite du lancer de rayon distribué. Une description détaillée de cette technique se trouve dans [4].

De même, en considérant l'approximation $m = 0$, la luminance apportée par le rayon lancé dans la direction transmise s'écrit

$$L_{ti} = e s (1 - F) L_i$$

où L_i est la luminance du point rencontré par le rayon transmis, et e l'absorption décrite par la loi de Bouguer. La technique du lancer de rayon distribué pourrait permettre de calculer précisément ($m \neq 0$) la composante transmise si on pouvait exprimer la transmittance d'un matériau transparent et dépoli (l'équivalent de la reflectance R), malheureusement cette transmittance n'est toujours pas modélisée.

Etant données les approximations décrites ci-dessus, la formulation du modèle photométrique est donc :

$$\begin{aligned} L = & d R_d E_{ia} \\ & + \sum_{l=1}^n L_{il} (N \cdot L_l) dw_{il} (d R_d + s R_s) \\ & + s F L_s \\ & + e s (1 - F) L_t \end{aligned}$$

où n est le nombre de sources lumineuses, L_s la luminance provenant de la direction réfléchie idéale et L_t celle provenant de la direction transmise.

3.1.5 Le rendu des couleurs

Le rendu exact des couleurs suppose la connaissance du spectre des différents flux lumineux calculés. Les composantes trichromatiques de la luminance du pixel s'obtiennent alors par intégration sur toute l'étendue du spectre visible. Ce calcul est beaucoup trop complexe pour être traité dans sa généralité, notamment à cause du facteur de Fresnel qui dépend de la longueur d'onde.

Rappelons que le rendu des couleurs peut être réalisé selon :

- soit une analyse trichromatique : les couleurs des sources primaires ou secondaires, les couleurs des objets et les spectres de réflectance des matériaux sont exprimés à l'aide de trois composantes correspondant à un moniteur vidéo,
- soit une analyse spectrale : les sources lumineuses primaires ou secondaires sont représentées par leur spectre de flux lumineux, le matériaux sont caractérisés par leur spectre de réflectance et par leur rugosité.

Une analyse trichromatique n'est en fait qu'une approximation d'une analyse spectrale. Notons que cette dernière modélise de façon plus réaliste l'éclairement d'une scène réelle. Bien que n'étant qu'une approximation, l'analyse trichromatique fournit des résultats satisfaisants pour des scènes ne contenant pas de matériaux conducteurs. En effet, notre expérience a montré que les images d'objets métalliques obtenues avec une analyse spectrale sont incontestablement plus réalistes que celles obtenues avec une analyse trichromatique.

Nous allons voir maintenant pourquoi une analyse trichromatique est en fait une approximation d'une analyse spectrale. Soit $E(\lambda, \Theta)$ un spectre incident et $S(\lambda, \Theta)$ le spectre réfléchi par une surface parfaitement lisse pour un angle d'incidence Θ . Nous avons alors

$$S(\lambda, \Theta) = F(\lambda, \Theta)E(\lambda, \Theta)$$

où $F(\lambda, \Theta)$ est le facteur de fresnel (ou spectre de réflectance). Soit $S_R(\Theta)$, $S_V(\Theta)$, $S_B(\Theta)$ les trois composantes trichromatiques du spectre $S(\lambda, \Theta)$. Avec une analyse spectrale, ces trois composantes s'expriment alors :

$$\begin{aligned} S_R(\Theta) &= \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta)E(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda \\ S_V(\Theta) &= \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta)E(\lambda, \Theta) \bar{v}(\lambda) d\lambda \\ S_B(\Theta) &= \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta)E(\lambda, \Theta) \bar{b}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (3.1)$$

Décrivons maintenant l'approche analyse trichromatique. Soient $E_R(\Theta)$, $E_V(\Theta)$, $E_B(\Theta)$ les trois composantes trichromatiques du spectre incident, et $F_R(\Theta)$, $F_B(\Theta)$, $F_V(\Theta)$

celles du spectre de réflectance $F(\lambda, \Theta)$ de la surface du matériau. Nous pouvons alors écrire :

$$E_R(\Theta) = \int_{380}^{780} E(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$E_V(\Theta) = \int_{380}^{780} E(\lambda, \Theta) \bar{v}(\lambda) d\lambda$$

$$E_B(\Theta) = \int_{380}^{780} E(\lambda, \Theta) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

$$F_R(\Theta) = \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$F_V(\Theta) = \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta) \bar{v}(\lambda) d\lambda$$

$$F_B(\Theta) = \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta) \bar{b}(\lambda) d\lambda.$$

Les trois composantes trichromatiques du spectre réfléchi sont alors :

$$\begin{aligned} S_R(\Theta) &= F_R(\Theta) E_R(\Theta) \\ S_V(\Theta) &= F_V(\Theta) E_V(\Theta) \\ S_B(\Theta) &= F_B(\Theta) E_B(\Theta) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si nous supposons que les composantes $S_R(\Theta)$ données par les analyses trichromatique et spectrale (système 3.1 et 3.2) sont égales alors nous obtenons :

$$\begin{aligned} S_R(\Theta) &= \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta) E(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda \\ &= \int_{380}^{780} F(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda \int_{380}^{780} E(\lambda, \Theta) \bar{r}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'équation 3.3 montre bien que l'analyse trichromatique consiste à approcher une intégrale simple par un produit de deux intégrales, ce qui est mathématiquement faux. Cependant cette approximation s'avère satisfaisante pour des matériaux non conducteurs.

Analyse trichromatique

Une solution consiste à définir toutes les grandeurs dépendant de la longueur d'onde sous formes de composantes RVB [10]. Il s'agit de la luminance des sources, des coefficients d'absorption et des coefficients de réflexion F . Le problème se pose pour F car il dépend aussi de l'angle d'incidence ($F = F(\lambda, \theta)$). On calculera donc F exactement, d'après les formules dérivées en appendice A pour une valeur de l'indice de réfraction \tilde{n} —souvent c'est la seule valeur dont on dispose— correspondant à une longueur d'onde moyenne $\tilde{\lambda}$. Connaissant le spectre de réflexion $F(\lambda, 0)$ du matériau sous incidence

normale ($\theta = 0$), on calcul les composantes *RVB* de ce spectre (notées $F_R(0)$, $F_V(0)$ et $F_B(0)$). On rappelle que ces valeurs sont obtenus (cf. chapitre 1) de la manière suivante :

$$F_R(0) = \int_{380}^{780} F(\lambda, 0) \bar{r}(\lambda) d\lambda$$

$$F_V(0) = \int_{380}^{780} F(\lambda, 0) \bar{v}(\lambda) d\lambda$$

$$F_B(0) = \int_{380}^{780} F(\lambda, 0) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

$F_R(0)$, $F_V(0)$ et $F_B(0)$ représentent la couleur du matériau éclairé par une source lumineuse de spectre constant sous incidence normale. Les valeurs $F_R(\theta)$, $F_V(\theta)$ et $F_B(\theta)$, qui sont alors une approximation du spectre de réflexion du matériau éclairé sous un angle θ , sont calculées en effectuant une interpolation linéaire entre les valeurs $F_R(0)$, $F_V(0)$ et $F_B(0)$ et la valeur de $F(\tilde{\lambda}, \theta)$:

$$F_R(\theta) = F_R(0) + (F_R(\pi/2) - F_R(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{F(\tilde{\lambda}, \pi/2) - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

$$F_V(\theta) = F_V(0) + (F_V(\pi/2) - F_V(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{F(\tilde{\lambda}, \pi/2) - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

$$F_B(\theta) = F_B(0) + (F_B(\pi/2) - F_B(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{F(\tilde{\lambda}, \pi/2) - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

On rappelle que

$$F(\lambda, \pi/2) = 1$$

quel que soit λ , ce qui signifie que sous incidence rasante, la totalité de la lumière incidente est réfléchiée. Ceci nous permet d'écrire :

$$F_R(\theta) = F_R(0) + (1 - F_R(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{1 - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

$$F_V(\theta) = F_V(0) + (1 - F_V(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{1 - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

$$F_B(\theta) = F_B(0) + (1 - F_B(0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{1 - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

Cette méthode permet un rendu des couleurs de bonne qualité, malgré l'approximation qui est faite du spectre de réflexion.

Analyse spectrale

Nous devons pouvoir calculer le spectre de réflexion pour un angle d'incidence quelconque. Pour cela, on choisit un certain nombre de longueurs d'onde λ_i pour échantillonner le spectre visible. Le spectre de réflexion sous un angle d'incidence θ est constitué

des échantillons $F(\lambda_i, \theta)$ qui sont calculés ainsi :

$$F(\lambda_i, \theta) = F(\lambda_i, 0) + (F(\lambda_i, \pi/2) - F(\lambda_i, 0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{F(\tilde{\lambda}, \pi/2) - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

qu'on peut réécrire sous la forme :

$$F(\lambda_i, \theta) = F(\lambda_i, 0) + (1 - F(\lambda_i, 0)) \frac{F(\tilde{\lambda}, \theta) - F(\tilde{\lambda}, 0)}{1 - F(\tilde{\lambda}, 0)}$$

On peut étendre cette idée à toutes les grandeurs qui dépendent de la longueur d'onde. On doit maintenant considérer le spectre d'émission des sources lumineuses, ainsi que le spectre d'absorption des matériaux transparents. Le calcul de F étant résolu, on peut appliquer le modèle photométrique étudié précédemment aux différentes longueurs d'onde qui constituent les échantillons du spectre visible. La valeur associée à chaque pixel est donc un spectre qu'il faut convertir dans le système RVB du moniteur. Le choix des échantillons est primordial et influence directement le réalisme des couleurs [18].

Le calcul de $F(\tilde{\lambda}, \theta)$ étant complexe, particulièrement pour les matériaux métalliques, on peut précalculer sa valeur pour différentes valeurs de l'angle d'incidence (20 valeurs suffisent) et pour chaque longueur d'onde (10 valeurs), afin de construire une table d'interpolation linéaire.

3.2 Un modèle couleur simple

3.2.1 Introduction

Le modèle de Cook et Torrance nécessite la connaissance de certaines données concernant les matériaux comme leur spectre de réflexion [27]. De plus, on peut vouloir ne rechercher dans la synthèse d'image qu'un moyen de création, plutôt qu'un outil de simulation du monde réel. Le modèle proposé par Whitted [26], qui ne fait pas référence à des mesures physiques, permet de générer des images d'un niveau de réalisme inférieur à celui obtenu avec le modèle précédent, mais au prix de calculs beaucoup moins compliqués. Le nombre réduit de paramètres nécessaires à la description d'un matériau en fait un outil simple à maîtriser qui permet d'obtenir des images "esthétiques".

3.2.2 Formulation mathématique

On peut répertorier les rayons qui rencontrent une surface en deux catégories : ceux qui proviennent directement des sources lumineuses et ceux qui proviennent indirectement

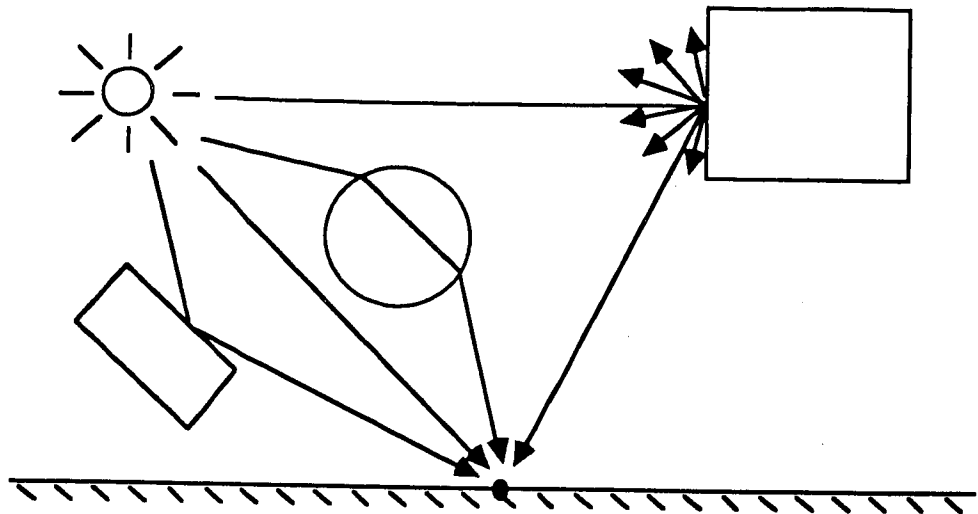


Figure 3.9 : Les différents types de rayons

soit après réflexion sur d'autres objets, soit après avoir traversé une surface transparente (figure 3.9).

Dans son modèle, Whitted prend en compte ces types de rayons. Une version améliorée a été proposée par Marsh [16]. La formulation de cette version est la suivante :

$$\begin{aligned}
 I = & i_a d C \\
 & + \sum_{l=1}^n [dC(N.L) + s(N.H)^p(mC + (1 - m))] i_l \\
 & + s(mC + (1 - m))S \\
 & + tCT
 \end{aligned}$$

avec :

- I : luminance calculée pour les trois composantes *RVB*
- i_a : luminance ambiante
- i_l : luminance de la $l^{i\text{ème}}$ source
- d : proportion de lumière diffuse
- s : proportion de lumière spéculaire
- t : proportion de lumière transmise
- m : coefficient d'interaction des couleurs
- p : coefficient de Phong
- C : couleur de l'objet
- S : couleur du rayon spéculaire
- T : couleur du rayon transmis
- N : vecteur unitaire normal à la surface
- L : vecteur unitaire pointant vers la source
- H : bissectrice entre L et V , la direction d'observation.

3.2.3 Etude de l'éclairage direct

Etude de la réflexion spéculaire

Dans le modèle de Cook et Torrance, le calcul de la composante spéculaire est très complexe : on considère qu'une surface rugueuse est constituée d'une multitude de micro-facettes qui réfléchissent parfaitement la lumière. La composante spéculaire dépend de la distribution de ces facettes [20, 24, 2].

En revanche, le modèle de Whitted ne fait pas d'étude microscopique. Il reprend le terme du modèle de Phong [20] ce qui permet de prendre en compte les propriétés physiques telles que la taille des tâches spéculaires ou la variation de l'énergie réfléchie en fonction du rayon incident.

L'idée consiste à déterminer la direction de la bissectrice H . L'énergie réfléchie dans la direction de l'observateur est d'autant plus importante que N se rapproche de H .

La distribution de l'énergie réfléchie est traitée très simplement par le coefficient de Phong. Ce coefficient influe directement sur la taille de la tâche spéculaire visible sur les objets lisses.

Dans un modèle réaliste, la réflectance est calculée rigoureusement et permet de prendre en compte l'interaction des couleurs entre un rayon et une surface. Dans le modèle amélioré de Whitted, cette interaction est gérée par le coefficient m qui traduit l'aspect plus ou moins métallique du matériau. Le terme $mC + (1 - m)$ permet de mélanger plus ou moins la couleur d'un matériau avec la couleur de la lumière qui l'illumine. L'expérience montre qu'il fournit des résultats intéressants.

Etude de la réflexion diffuse

Le calcul de ce terme est identique à celui du modèle de Cook et Torrance [10] et vaut :

$$dC(N.L)$$

3.2.4 Etude de l'éclairage indirect

Etude de la réflexion spéculaire

Les rayons qui rencontrent un objet proviennent non seulement des sources lumineuses mais également des autres surfaces de la scène. Ces surfaces jouent le rôle de sources secondaires. Afin de prendre en compte ce type de réflexion, on lance un rayon dans la direction de réflexion idéale (i.e la surface est supposée parfaitement lisse). Cette composante fait également intervenir le paramètre d'interaction des couleurs.

Etude de la transparence

Comme pour le modèle précédent, on ne lance qu'un seul rayon dans la direction transmise. Ce rayon détermine la couleur du rayon transmis à travers une surface transparente qui peut parfois filtrer la lumière (une lumière rouge ne peut traverser un objet transparent de couleur verte).

Eclairage ambiant

La lumière ambiante est obtenue par la composition des éclairages diffus indirects. Ces éclairages sont particulièrement difficiles à maîtriser (dans le cas de la technique du lancer de rayon) aussi on approche cet éclairage ambiant par :

$$dCi_a$$

3.2.5 Analogie entre les deux modèles

La couleur C de l'objet correspond au terme Rd du modèle de Cook et Torrance. On peut également faire la corrélation à un facteur près entre la fonction de distribution de Beckmann D et le terme $(N.H)^p$. Le terme s peut jouer le rôle de sR_s , mais en supposant que la réflexion spéculaire ne dépende pas de l'angle d'incidence ni de l'indice de réfraction du matériau. Le facteur m a pour but de simuler l'interaction des couleurs sur une surface. Ce facteur est très approximatif et n'a pas de justification physique. On ne le retrouve donc pas dans un modèle réaliste.

3.2.6 Conclusion

Le modèle de Whitted présente l'avantage d'une mise en œuvre simple. En effet, il suffit à l'utilisateur de déterminer la couleur de chaque objet en fixant les trois composantes R , V et B et de choisir les coefficients s , d et t qui détermineront l'apparence physique du matériau. On doit s'efforcer de maintenir la somme de ces trois coefficients égale à 1 pour assurer la conservation du flux. Un choix judicieux des valeurs de ces paramètres peut permettre l'obtention d'images assez réalistes.

Chapitre 4

Anti-crénelage

Un effet indésirable en synthèse d'image est l'apparition de *marches d'escalier* sur des contours d'objets (figure 4.1).

Ce phénomène, appelé *crénelage* est désigné par le terme anglais *aliasing* qui fait référence aux effets dus à l'échantillonnage (i.e la prise de mesures discrètes) d'un signal à un nombre inadéquat d'intervalles réguliers.

L'aliasing est donc un problème général et ne s'applique pas seulement à la synthèse d'image, mais à toute représentation discrète d'un phénomène continu.

On se limitera au traitement des images de synthèses fixes, où ces défauts peuvent apparaître comme intolérables lorsque le but est le réalisme.

4.1 Les causes et les effets

Un échantillonnage inapproprié en synthèse d'image est à l'origine de petites erreurs concernant la localisation des contours qui caractérisent l'image. Ce sont ces erreurs qui engendrent le phénomène de crénelage. Le plus souvent, l'intervalle d'échantillonnage nous est imposé par des contraintes technologiques (définition des écrans de visualisation, temps de calcul). Autrement dit, le crénelage se manifeste en voulant faire coïncider la position des détails d'une image avec la position des *pixels*, qui sont les points de la structure physique de l'image [11]. Intuitivement, pour résoudre le problème, il suffit d'affecter aux pixels qui sous-échantillonnent une zone de contour une couleur résultant du mélange des couleurs des surfaces incriminées.

En théorie, le crénelage ne peut être totalement supprimé. En pratique, il peut être réduit de telle sorte qu'il ne soit plus détectable, à condition toutefois que la surface élémentaire reste suffisamment petite : une image projetée sur un écran de cinéma laissera apparaître des marches d'escalier qui n'étaient pas perceptibles sur un écran de télévision.

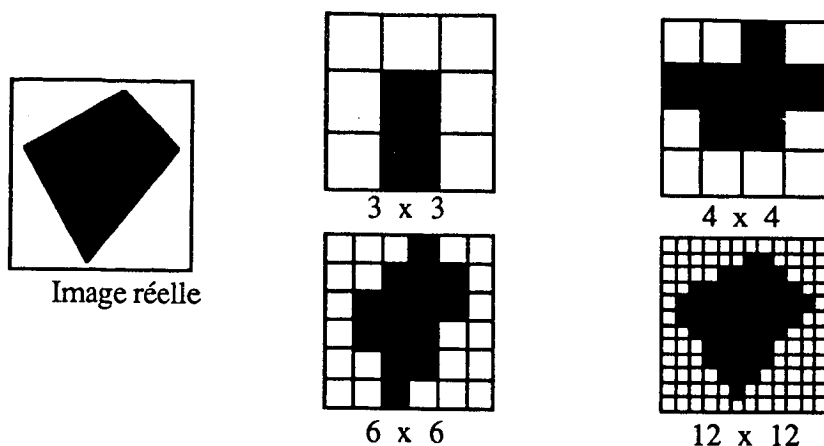


Figure 4.1 : Influence de la résolution sur le crénelage

Toutes les méthodes visant à réduire les effets de crénelage nécessiteront un surcroît d'information : soit en augmentant le nombre d'échantillons, soit en nécessitant plus d'informations par échantillon.

Le critère de Nyquist-Shannon

Pour échantillonner un signal en permettant une restitution convenable, la fréquence d'échantillonnage F_e doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence du signal F_s .

$$F_e \geq 2 F_s$$

La fréquence égale à deux fois la fréquence du signal est appelée *fréquence* ou *limite de Nyquist*.

Une image réelle est un signal continu, dont la valeur est une fonction des coordonnées des points. Si on échantillonne une image à la fréquence spatiale d'un échantillon par pixel, on pourra avoir de l'aliasing (un signal au lieu d'un autre) dans les parties de l'image où la fréquence spatiale est supérieure à un cycle pour deux pixels. En revanche, un échantillonnage très fin produira un bruit dont la valeur moyenne est la valeur du signal initial. Si la taille des surfaces est suffisamment petite, la fréquence du signal correspondant à l'image aura une fréquence suffisamment élevée pour être supérieure à la fréquence limite de l'œil : en effet, l'œil humain est un capteur discret, dont l'élément de base est le bâtonnet.

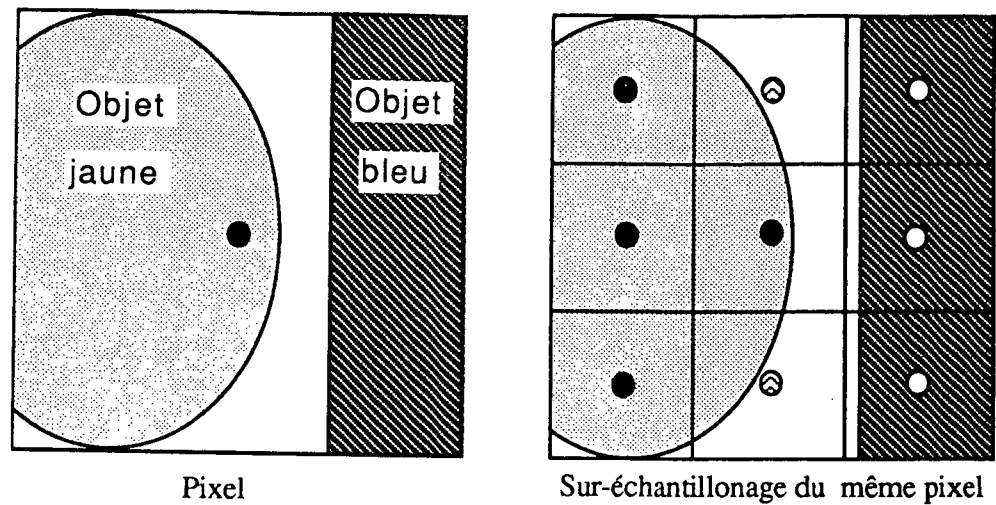


Figure 4.2 : Suréchantillonnage d'un pixel

4.2 Les solutions

En termes d'images, on peut affirmer que la fréquence d'échantillonnage est insuffisante si deux échantillons voisins ont des valeurs assez différentes. Ceci veut dire qu'un signal de fréquence supérieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage est mis en évidence.

4.2.1 Solutions triviales

Une façon de supprimer l'aliasing, qui rappelons le est dû à des hautes fréquences spatiales mal échantillonnées, est d'effectuer un lissage de l'image. Cette solution, qui consiste en un filtrage passe-bas, présente l'inconvénient de perdre de l'information sur les détails de l'image.

Une autre technique envisageable est un suréchantillonnage de l'image permettant d'avoir une meilleure connaissance des détails qui contribuent à la valeur des pixels. Elle consiste à lancer plusieurs rayons par pixel, à intervalles réguliers, et à affecter ensuite au pixel la valeur de la moyenne, pondérée ou non, des contributions apportées par ces rayons (figure 4.2). Cette méthode présente le double inconvénient d'être très coûteuse et de ne pas garantir un échantillonnage suffisant : en effet, même en augmentant énormément la résolution, il est toujours possible de rajouter dans la scène un objet très petit qui ne soit pas décelé par un échantillon (aucun rayon ne rencontre cet objet). Cette solution, bien qu'incomplète, constitue une bonne approche vers d'autres

solutions.

4.2.2 Le suréchantillonnage adaptatif

L'idée à l'origine de cette méthode est la suivante : pour vaincre l'aliasing, il faut concentrer ses efforts sur les parties de l'image où il y a risque de crénelage [26]. Le principe consiste à échantillonner (i.e lancer des rayons) à intervalles réguliers, par exemple un rayon au centre de chaque pixel. Si deux pixels voisins ont des valeurs différentes, alors on subdivise ces pixels en sous-pixels et on relance un rayon dans chaque sous-pixel. On compare à nouveau ces valeurs, et on réitère ce processus, jusqu'à obtenir des valeurs sensiblement égales ou atteindre la limite de la résolution (figure 4.3). Le coût de cette méthode peut être réduit en choisissant de lancer les rayons le long des frontières du pixel suréchantillonné, afin de partager ces valeurs avec les pixels limitrophes. Là encore, la valeur finale du pixel est calculée en effectuant la moyenne pondérée à l'aide d'un filtre (filtre de Barlett) des échantillons qui contribuent au pixel. Deux échantillons seront considérés comme sensiblement égaux s'ils vérifient le critère suivant :

$$\max(\Delta_r, \Delta_v, \Delta_r) \leq S$$

où Δ_r , Δ_v et Δ_r sont les valeurs absolues des différences d'intensité des composantes R , V et B des deux échantillons et S un seuil fixé arbitrairement. Un pixel devra donc être suréchantillonné s'il existe au moins un pixel parmi les huit pixels voisins avec lequel il ne vérifie pas ce critère. A défaut d'un bon critère de seuil qui tienne compte des propriétés psychovisuelles de l'œil, on fixe arbitrairement une valeur de seuil. Le choix de cette valeur est assez délicat : une valeur trop élevée impliquerait seulement un petit nombre de pixels suréchantillonnés et beaucoup de défauts subsisteraient, alors qu'une trop petite valeur entraînerait un surcoût inutile, car l'œil est très peu sensible aux petites variations de teintes. Cette méthode permet de résoudre l'aliasing dans la majeure partie des cas, mais rien ne permet d'affirmer que l'on échantillonne suffisamment un pixel, même si des rayons voisins ont des valeurs égales. Cette méthode est suffisante dans la plupart des cas, bien que se pose encore le problème des très petits objets.

4.2.3 Le Lancer de rayon distribué

Cette méthode est aussi appelée *lancer de rayon stochastique*. Elle consiste à subdiviser tous les pixels mais en ne lançant des rayons que dans certains sous-pixels selon un processus aléatoire [9]. Un critère (par exemple la variance) permettra de déterminer s'il faut lancer d'autres rayons. Outre le fait de ne pas suréchantillonner systématiquement les pixels, cette méthode peut être appliquée pour l'obtention d'un meilleur rendu réaliste.

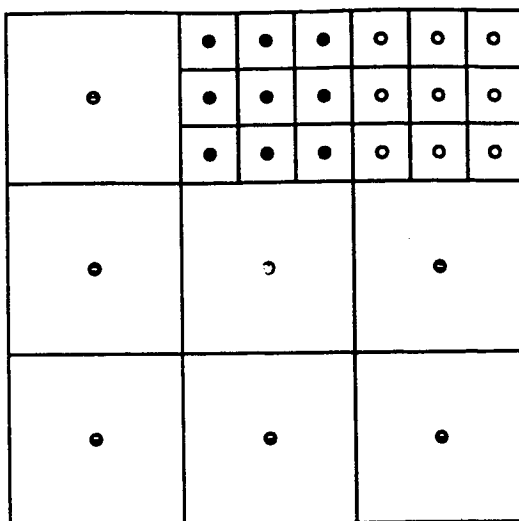


Figure 4.3 : Suréchantillonnage adaptatif

4.3 Limites

Le crénelage ne peut être vaincu complètement. Il est inhérent à la technique de synthèse utilisée et dépend de la définition du support physique des images, mais il peut être réduit à des niveaux où il est à peine perceptible. En raison du coût élevé du lancer de rayon, on se satisfait souvent de méthodes qui n'ont pas de justification théorique, mais qui dans la plupart des cas font disparaître les marches d'escalier.

Conclusion

Le but de la synthèse d'image est de générer des images qui provoquent des sensations visuelles identiques à celles provoquées par une scène réelle. Ceci nous a conduit à l'étude de la photométrie et de la colorimétrie. A la suite de cette étude, nous avons mis en œuvre deux types de modèles d'éclairage. Le premier modèle approche bien la réalité. Il prend en compte tous les aspects photométriques (sources surfaciques élémentaires) et colorimétriques (analyse spectrale, choix des longueurs d'onde) ainsi que les paramètres physiques des matériaux. Le réalisme apporté par ce modèle est indéniable, en particulier dans le rendu des surfaces métalliques. En revanche, il nécessite la connaissance de données physiques telles que le spectre de réflectance, le coefficient d'absorption, le spectre d'émission de sources lumineuses réelles (lampes, soleil, etc.).

Le deuxième modèle, plus simple, permet d'obtenir des images d'un moindre degré de réalisme. Cependant, sa facilité d'emploi et la simplicité de sa mise en œuvre en font un outil privilégié pour appréhender la synthèse d'image en couleur.

Malgré tous les efforts fournis dans les domaines de la photométrie, colorimétrie et de technique de visualisation, certains problèmes restent non résolus : dispersion, nuages, fumée etc. Ces problèmes concernent le lancer de rayon distribué [9, 15] et l'amélioration des modèles photométriques existant en vue de faire de la photosimulation.

Une amélioration indispensable pour produire des images vraiment réalistes est l'introduction des textures surfaciques ou volumiques [1, 14] qui permettent de reproduire les matériaux naturels (marbre, bois etc.) qui n'ont pas un aspect homogène.

Annexe A

Calcul du facteur de Fresnel

A.1 Lois de la réflexion et de la réfraction

Lorsqu'une onde parvient à la limite entre deux milieux homogènes, elle est séparée en deux ondes, une transmise et une réfléchie [17, 3]. Soient s^i , s^r et s^t les vecteurs unitaires dans la direction des ondes incidentes, réfléchies et transmises (figure A.1). On suppose que ces ondes sont planes et qu'elles évoluent dans des milieux homogènes et isotropes.

Si $F(t)$ représente le comportement temporel d'un point quelconque x , le comportement d'un autre point x' est décrit par $F[t - (r.s)/v]$ où $r = xx'$, v est la vitesse de propagation de l'onde, et s est le vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde. On rappelle que le comportement d'un point est décrit par l'équation d'onde :

$$A = A_m \sin \omega \left(t - \frac{r.s}{v} \right)$$

A_m étant l'amplitude maximale. Le comportement d'un point de la surface (dans le plan $z = 0$) peut être décrit par les équations des trois ondes en présence, ce qui permet d'écrire :

$$t - \frac{r.s^i}{v_1} = t - \frac{r.s^r}{v_1} = t - \frac{r.s^t}{v_2}$$

v_1 et v_2 étant les vitesses de propagation dans les deux milieux. Comme $r = (x, y, 0)$ on peut écrire plus explicitement :

$$\frac{xs_x^i + ys_y^i}{v_1} = \frac{xs_x^r + ys_y^r}{v_1} = \frac{xs_x^t + ys_y^t}{v_2}$$

Ceci doit être valable pour tous les points de la surface d'où :

$$\frac{s_x^i}{v_1} = \frac{s_x^r}{v_1} = \frac{s_x^t}{v_2}$$

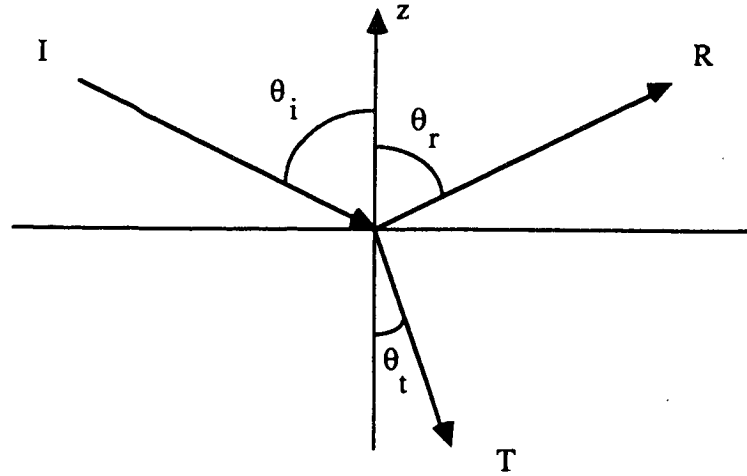


Figure A.1 : Réflexion et réfraction d'une onde plane

Les vecteurs d'onde se trouvent tous dans le même plan, qu'on appelle *plan d'incidence*. Soient θ_i , θ_r et θ_t les angles que forment s^i , s^r et s^t avec l'axe Oz

$$\begin{array}{lll} s_x^i = \sin \theta_i & s_y^i = 0 & s_z^i = \cos \theta_i \\ s_x^r = \sin \theta_r & s_y^r = 0 & s_z^r = \cos \theta_r \\ s_x^t = \sin \theta_t & s_y^t = 0 & s_z^t = \cos \theta_t \end{array}$$

d'où

$$\frac{\sin \theta_i}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{v_1} = \frac{\sin \theta_t}{v_2}$$

$$\begin{cases} \sin \theta_r = \sin \theta_i \\ \cos \theta_r = -\cos \theta_i \end{cases}$$

d'où

$$\theta_r = \pi - \theta_i$$

ce qui constitue la *loi de la réflexion*.

Relation de Maxwell

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}$$

où n est l'indice de réfraction du matériau, ϵ sa permittivité magnétique et μ sa perméabilité.

En utilisant cette relation, on peut écrire :

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ceci constitue la *loi de la réfraction*. On supposera $\mu = 1$, quel que soit le matériau, ce qui permettra d'écrire la relation de Maxwell ainsi :

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

A.2 Formules de Fresnel

On considère maintenant l'amplitude de ondes réfléchies et transmises. Soit A l'amplitude du vecteur électrique de l'onde incidente. A est complexe avec la phase égale à la partie constante de l'équation d'onde. La partie variable est :

$$\tau_i = \omega \left(t - \frac{r \cdot s^i}{v_1} \right) = \omega \left(t - \frac{x \sin \theta_i + z \cos \theta_i}{v_1} \right)$$

On décompose chaque vecteur en composantes parallèles et perpendiculaires (indiquées \parallel et \perp) au plan d'incidence.

Les composantes du vecteur électrique de l'onde incidente sont :

$$E^i = \begin{pmatrix} -A_{\parallel} \cos \theta_i \\ -A_{\perp} \\ -A_{\parallel} \sin \theta_i \end{pmatrix} e^{-i\tau_i}$$

En utilisant la relation

$$H = \sqrt{\epsilon} s \wedge E$$

on obtient les composantes du vecteur magnétique :

$$H^i = \begin{pmatrix} -A_{\perp} \cos \theta_i \\ -A_{\perp} \\ -A_{\parallel} \sin \theta_i \end{pmatrix} \sqrt{\epsilon_1} e^{-i\tau_i}$$

T et R étant les amplitudes des ondes transmises et réfléchies, les vecteurs électriques et magnétiques sont :

- pour l'onde transmise

$$E^t = \begin{pmatrix} -T_{\parallel} \cos \theta_t \\ T_{\perp} \\ T_{\parallel} \sin \theta_t \end{pmatrix} e^{-i\tau_t}, \quad H^t = \begin{pmatrix} -T_{\perp} \cos \theta_t \\ -T_{\parallel} \\ T_{\perp} \sin \theta_t \end{pmatrix} \sqrt{\epsilon_2} e^{-i\tau_t}$$

- pour l'onde réfléchie

$$E^r = \begin{pmatrix} -R_{\parallel} \cos \theta_r \\ R_{\perp} \\ R_{\parallel} \sin \theta_r \end{pmatrix} e^{-i\tau_r}, \quad H^r = \begin{pmatrix} -R_{\perp} \cos \theta_r \\ -R_{\parallel} \\ R_{\perp} \sin \theta_r \end{pmatrix} \sqrt{\epsilon_1} e^{-i\tau_r}$$

avec

$$\tau_t = \omega \left(t - \frac{r \cdot s^t}{v_2} \right) = \omega \left(t - \frac{x \sin \theta_t + z \cos \theta_t}{v_2} \right)$$

$$\tau_r = \omega \left(t - \frac{r \cdot s^r}{v_1} \right) = \omega \left(t - \frac{x \sin \theta_r + z \cos \theta_r}{v_1} \right)$$

Les conditions aux limites imposent que les composantes tangentielles de E et de H soient continues. D'où

$$\begin{aligned} E_x^i + E_x^r &= E_x^t & E_y^i + E_y^r &= E_y^t \\ H_x^i + H_x^r &= H_x^t & H_y^i + H_y^r &= H_y^t \end{aligned}$$

Or $\cos \theta_r = \cos(\pi - \theta_i) = -\cos \theta_i$. On obtient les quatre relations :

$$\begin{cases} \cos \theta_i (A_{\parallel} - R_{\parallel}) = \cos \theta_t T_{\parallel} \\ A_{\perp} + R_{\perp} = T_{\perp} \\ \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_i (A_{\perp} - R_{\perp}) = \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_t T_{\perp} \\ \sqrt{\epsilon_1} (A_{\parallel} + R_{\parallel}) = \sqrt{\epsilon_2} T_{\parallel} \end{cases}$$

En utilisant la relation de Maxwell ($n = \sqrt{\epsilon}$), on obtient :

$$\begin{aligned} T_{\parallel} &= \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} A_{\parallel} \\ T_{\perp} &= \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} A_{\perp} \\ R_{\parallel} &= \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} A_{\parallel} \\ R_{\perp} &= \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} A_{\perp} \end{aligned}$$

Ces équations sont appelées *formules de Fresnel*.

A.3 Réflectance et transmittance

A.3.1 Matériaux non métalliques

La *réflectance* est le rapport de l'énergie de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente, et la *transmittance* celui de l'énergie de l'onde transmise sur l'énergie de l'onde

incidente. L'intensité d'un rayon lumineux est donnée par :

$$S = \frac{cn}{4\pi} E^2$$

Les intensités des ondes incidentes, réfléchies et transmises s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} J^i &= S^i \cos \theta_i = \frac{cn_1}{4\pi} |A|^2 \cos \theta_i \\ J^r &= S^r \cos \theta_r = \frac{cn_1}{4\pi} |R|^2 \cos \theta_r \\ J^t &= S^t \cos \theta_t = \frac{cn_2}{4\pi} |T|^2 \cos \theta_t \end{aligned}$$

La *réflectance* et la *transmittance*, notées respectivement \mathcal{R} et \mathcal{T} , sont les quotients suivants :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{J^r}{J^i} = \frac{|R|^2}{|A|^2} \\ \mathcal{T} &= \frac{J^t}{J^i} = \frac{n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i} \frac{|R|^2}{|A|^2} \end{aligned}$$

Soit α_i l'angle entre le vecteur E et le plan d'incidence :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \mathcal{R}_{\parallel} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{R}_{\perp} \sin^2 \alpha_i \\ \mathcal{T} &= \mathcal{T}_{\parallel} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{T}_{\perp} \sin^2 \alpha_i \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\parallel} &= \frac{J_{\parallel}^r}{J_{\parallel}^i} = \frac{|R_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} \\ \mathcal{R}_{\perp} &= \frac{J_{\perp}^r}{J_{\perp}^i} = \frac{|R_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} \\ \mathcal{T}_{\parallel} &= \frac{J_{\parallel}^t}{J_{\parallel}^i} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \frac{|T_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} \\ \mathcal{T}_{\perp} &= \frac{J_{\perp}^t}{J_{\perp}^i} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \frac{|T_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} \end{aligned}$$

Les valeurs moyennes de $\cos^2 \alpha_i$ et de $\sin^2 \alpha_i$ (cas d'ondes non polarisées) étant égales à $\frac{1}{2}$, on peut écrire la réflectance

$$\bar{\mathcal{R}} = \frac{1}{2}(\mathcal{R}_{\parallel} + \mathcal{R}_{\perp})$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\parallel} &= \left(\frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \right)^2 \\ \mathcal{R}_{\perp} &= \left(\frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right)^2 \end{aligned}$$

En posant $n = n_2/n_1$, on obtient :

$$\mathcal{R}_{\parallel} = \left(\frac{n \cos \theta_i - \cos \theta_t}{n \cos \theta_i + \cos \theta_t} \right)^2$$

$$\mathcal{R}_{\perp} = \left(\frac{\cos \theta_i - n \cos \theta_t}{n \cos \theta_i + n \cos \theta_t} \right)^2$$

A incidence normale ($\theta_i = 0$), la réflectance s'exprime par :

$$\mathcal{R} = \left(\frac{n - 1}{n + 1} \right)^2$$

La transmittance peut être calculée par :

$$\bar{\mathcal{T}} = \frac{1}{2}(\mathcal{T}_{\parallel} + \mathcal{T}_{\perp})$$

ou bien déduite de $\bar{\mathcal{R}}$ car d'après la loi de conservation de l'énergie :

$$\bar{\mathcal{R}} + \bar{\mathcal{T}} = 1$$

A.3.2 Matériaux métalliques

Cette formulation de la réflectance est directement utilisable pour les matériaux non métalliques dont l'indice de réfraction est réel. En revanche, l'indice des métaux est complexe et s'écrit $\hat{n} = n(1 + ik)$ où k est appelé *coefficient d'extinction* ou encore *indice d'atténuation*.

On écrit dans ce cas :

$$\mathcal{R}_{\parallel} = \left| \frac{\hat{n} \cos \theta_i - \cos \theta_t}{\hat{n} \cos \theta_i + \cos \theta_t} \right|^2$$

$$\mathcal{R}_{\perp} = \left| \frac{\cos \theta_i - \hat{n} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + \hat{n} \cos \theta_t} \right|^2$$

Le coefficient de Fresnel est toujours donné par :

$$\bar{\mathcal{R}} = \frac{1}{2}(\mathcal{R}_{\parallel} + \mathcal{R}_{\perp})$$

D'après la loi de la réfraction, on a $\sin \theta_i = \hat{n} \sin \theta_t$. Comme \hat{n} est complexe, $\sin \theta_t$ l'est aussi.

$$\sin \theta_t = \frac{1}{\hat{n}} \sin \theta_i = \frac{\sin \theta_i}{n(1 + ik)}$$

$$\begin{aligned}
\sin \theta_t &= \frac{1 - ik}{n(1 + k^2)} \sin \theta_i \\
\cos \theta_t &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} \\
\cos \theta_t &= \sqrt{1 - \frac{(1 - k^2)}{n^2(1 + k^2)} \sin^2 \theta_i} + i \frac{2k}{n^2(1 + k^2)} \sin^2 \theta_i \\
\cos \theta_t &= \rho e^{i\gamma} = \sqrt{A + iB}
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
\rho^2 \cos^2 \gamma &= 1 - \frac{1 - k^2}{n^2(1 + k^2)} \sin^2 \theta_i \\
\rho^2 \sin^2 \gamma &= 1 - \frac{2k}{n^2(1 + k^2)} \sin^2 \theta_i
\end{aligned}$$

cela donne

$$\begin{aligned}
\rho^2 &= \sqrt{A^2 + B^2} \\
\gamma &= \frac{1}{2} \arctan \frac{B}{A}
\end{aligned}$$

on a alors

$$\cos \theta_t = \rho \cos \gamma + i \rho \sin \gamma$$

R_{\parallel} et R_{\perp} deviennent alors :

$$\begin{aligned}
R_{\parallel} &= \frac{\hat{n} \cos \theta_i - \cos \theta_t}{\hat{n} \cos \theta_i + \cos \theta_t} A_{\parallel} \\
R_{\perp} &= \frac{\cos \theta_i - \hat{n} \cos \theta_t}{\cos \theta_i + \hat{n} \cos \theta_t} A_{\perp}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_{\parallel} &= \left| \frac{n(1 + ik) \cos \theta_i - \rho \cos \gamma + i \rho \sin \gamma}{n(1 + ik) \cos \theta_i + \rho \cos \gamma + i \rho \sin \gamma} \right|^2 \\
\mathcal{R}_{\perp} &= \left| \frac{\cos \theta_i - n(1 + ik) \rho \cos \gamma + i \rho \sin \gamma}{\cos \theta_i + n(1 + ik) \rho \cos \gamma + i \rho \sin \gamma} \right|^2
\end{aligned}$$

Après regroupement des termes réels et imaginaires, puis calcul du module, on obtient :

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_{\parallel} &= \frac{n^2(1 + k^2) \cos^2 \theta_i - 2n\rho \cos \theta_i (\cos \gamma + k \sin \gamma) + \rho^2}{n^2(1 + k^2) \cos^2 \theta_i + 2n\rho \cos \theta_i (\cos \gamma + k \sin \gamma) + \rho^2} \\
\mathcal{R}_{\perp} &= \frac{\cos^2 \theta_i + 2n\rho \cos \theta_i (k \sin \gamma - \cos \gamma) + n^2 \rho^2 (1 + k^2)}{\cos^2 \theta_i - 2n\rho \cos \theta_i (k \sin \gamma - \cos \gamma) + n^2 \rho^2 (1 + k^2)}
\end{aligned}$$

On rappelle que :

$$\rho = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \arctan \frac{B}{A}$$

$$A = 1 - \frac{(1 - k^2)}{n^2(1 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i$$

$$B = \frac{2k}{n^2(1 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i$$

Cas particulier : sous incidence normale, \mathcal{R} vaut :

$$\frac{n^2(1 + k^2) + 1 - 2n}{n^2(1 + k^2) + 1 + 2n}$$

Annexe B

Conditions d'observations

Une image est parfaitement définie lorsqu'une intensité est affectée à chaque pixel. Ces intensités sont ensuite envoyées vers un moniteur et appliquées aux trois canons du tube pour permettre de visualiser l'image. Il a été montré que les luminances reproduites sur le moniteur doivent être linéairement dépendantes de celles calculées [7, 19]. Cependant, les moniteurs ne répondant pas linéairement aux intensités excitatrices, une correction préalable à la visualisation doit être apportée à l'image. Cette correction porte le nom de *correction gamma*. Pour obtenir une qualité optimale de l'image, il est nécessaire de tenir compte de deux facteurs essentiels : les conditions d'observations et le réglage du moniteur.

B.1 La correction gamma

La non linéarité du moniteur affecte notre sensation lumineuse. Si on fait varier l'intensité I d'un rayon, la proportion de lumière L produite par le luminophore suit une loi polynomiale $L = k I^\gamma$ où γ est un paramètre qui dépend du type de moniteur. A titre indicatif, la valeur de γ est environ 2.3 pour un moniteur couleur du type écran de télévision. Cette valeur est sensiblement constante pour les trois composantes R , V et B . Notre but étant que la valeur qui s'affiche sur l'écran soit linéairement dépendante de l'intensité calculée, on procède à une correction de cette intensité avant de l'appliquer au moniteur. Cette correction consiste à modifier I en $I^{1/\gamma}$. La nouvelle valeur produite par le phosphore est $L = kI$.

B.2 Le réglage du moniteur

Pour visualiser une image dans des conditions optimales, il est indispensable de se trouver dans une pièce très sombre (afin d'éviter les reflets) et d'effectuer un réglage

correct du moniteur. Ce réglage consiste en la manipulation suivante : après avoir affiché un plan noir (une image qui ne contient que des valeurs nulles), la luminosité du moniteur doit être réglée de telle sorte que le plan affiché se situe juste en dessous de la limite du visible. Ce réglage ne doit plus être modifié pendant la visualisation des images, mais doit être refait à chaque fois que varient les conditions d'observation.

Annexe C

Passage de RVB à XYZ

Les couleurs sont représentées par des points dans un espace. Elles peuvent donc être manipulées en utilisant les lois de l'algèbre linéaire. Le changement de repère peut s'exprimer sous forme de matrice [19] :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_r & X_v & X_b \\ Y_r & Y_v & Y_b \\ Z_r & Z_v & Z_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix}$$

Les coefficients de cette matrice sont obtenus de la façon suivante :

$$X_r = x_r C_r, \quad X_v = x_v C_v, \quad X_b = x_b C_b$$

$$Y_r = y_r C_r, \quad Y_v = y_v C_v, \quad Y_b = y_b C_b$$

$$Z_r = z_r C_r, \quad Z_v = z_v C_v, \quad Z_b = z_b C_b$$

$$C_r = \frac{Y_w x_w (y_v - y_b) - y_w (x_v - x_b) + x_v y_b + x_b y_v}{D}$$

$$C_v = \frac{Y_w x_w (y_b - y_r) - y_w (x_b - x_r) + x_r y_b + x_b y_r}{D}$$

$$C_b = \frac{Y_w x_w (y_r - y_v) - y_w (x_r - x_v) + x_r y_v + x_v y_r}{D}$$

$$D = x_r (y_v - y_b) + x_v (y_b - y_r) + x_b (y_r - y_v)$$

où x_r, y_r, x_v, y_v, x_b et y_b sont les coordonnées chromatiques des luminophores du moniteur, et où x_w et y_w sont les coordonnées trichromatiques du *point blanc* du moniteur, dont Y_w est la luminance.

Les valeurs des coordonnées chromatiques des luminophores du moniteur sont généralement fournies par le constructeur. En revanche, les valeurs des coordonnées du point blanc, ainsi que sa luminance, doivent être mesurées pour un réglage donné de la luminosité et du contraste. C'est pourquoi on prend comme valeur de x_w et de y_w les coordonnées chromatiques d'un blanc de référence.

A défaut de pouvoir mesurer la luminance du point blanc, on prendra $Y_w = 1$. Ceci n'est pas préjudiciable lorsque l'on s'intéresse seulement aux luminances relatives.

Références

- [1] James F. Blinn and Martin E. Newell. Texture and reflection in computer generated images. *Communications of the ACM*, 19(10), October 1976.
- [2] J.F. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *Computer Graphics*, 11(2):192–198, July 1977.
- [3] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon press, 1970.
- [4] C. Bouville and K. Bouatouch. Introduction to new ray tracing techniques. EUROGRAPHICS'88 Tutorial.
- [5] C. Bouville and K. Bouatouch. A unified approach to global illumination models. In *submitted to PIXIM'89 Conference*, page , October 1989.
- [6] C. Bouville, R. Brusq, J.L. Dubois, and I. Marchal. Synthèse d'images par lancer de rayons: algorithmes et architecture. In *Premier Colloque Image*, pages 683–696, May 1984.
- [7] E. Catmull. A tutorial on compensation tables. *ACM Computer Graphics*, 1979.
- [8] M. Cohen and D. Greenberg. The hemi-cube, a radiosity solution for complex environments. *ACM Computer graphics*, 19(3), 1985.
- [9] R.L Cook. Stochastic sampling in computer graphics. In *Siggraph'86 Tutorial*, SIGGRAPH, 1986.
- [10] R.L. Cook and K.E. Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM transactions on graphics*, 1(1):7–24, January 1982.
- [11] Franklin C. Crow. Anti-aliasing. In *Eurographics'85 tutorial*, 1985.
- [12] A. Dubec et L. Goussot. *Télévision en couleur, Photométrie, Colorimétrie, Le tube image*. Technical Report 1.80, Radiodiffusion-Télévision.
- [13] C. M. Goral, D. P. Greenberg K. E. Torrance, and B. Battaile. Modeling the interaction of light diffuse surfaces. In *SIGGRAPH'84 Conference Proceeding*, pages 213–222, ACM, August 1984.
- [14] J.T. Kajiya. Anisotropic reflection model. *ACM Computer Graphics*, 19(3), 1985.
- [15] M.E. Lee, R.A Redner, and S.P. Uselton. Statistically optimized sampling for distributed ray tracing. *ACM Computer graphics*, 19(3), 1985.

- [16] Donald M. Marsh. *UgRay An Efficient Ray-Tracing Renderer for UniGrafix*. Technical Report UCB/CSD 87/360, Computer Science Division (EECS) University of California, May 1987.
- [17] J. P. Mathieu. *Optique*. Société d'édition d'enseignement supérieur, 1965.
- [18] Gary W. Meyer. Wavelength selection for synthetic image generation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 41:57–79, 1988.
- [19] Gary W. Meyer and P. Greenberg. *Colorimetry and Computer Graphics*. Technical Report, Cornell University, June 1983.
- [20] B.T. Phong. Illumination model for computer generated images. *Communications of the ACM*, 18:311–317, June 1975.
- [21] A. Pouyferrie. *Photométrie*. Volume 1, Institut National de l'Audiovisuel.
- [22] S.D Roth. Ray casting for modeling solids. *Computer Graphics and Image Processing*, 18(2):109–144, February 1982.
- [23] M. Shao, Q. Peng, and Y. Liang. A new radiosity approach by refinements for realistic image synthesis. In *SIGGRAPH'88 Conference Proceeding*, pages 93–101, ACM, August 1988.
- [24] K.E. Torrance and E.M. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *Journal of Optical Society of America*, 57(9):1105–1114, September 1967.
- [25] J. R. Wallace, M. F. Cohen, and D. P. Greenberg. A two-pass solution to the rendering equation : a synthesis of ray tracing and radiosity methods. In *SIGGRAPH'87 Conference Proceeding*, pages 311–320, ACM, August 1987.
- [26] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 23:343–349, June 1980.
- [27] G. Wyszecky and W. S. Stiles. *Color Science, Concepts and Methods, Quantitative Datas and Formulas*. J. Willey and sons, 1967.

LISTE DES DERNIERES PUBLICATIONS INTERNES

- PI 458** **PRIME NUMBERS AS A TOOL TO DESIGN DISTRIBUTED ALGORITHMS**
Michel RAYNAL
14 Pages, Février 1989.
- PI 459** **SYNCHRONOUS PROGRAMMING WITH EVENTS AND RELATIONS : THE SIGNAL LANGUAGE AND ITS SEMANTICS**
Albert BENVENISTE, Paul LE GUERNIC
66 Pages, Février 1989.
- PI 460** **FLOW ANALYSIS IN TANDEM QUEUES WITH FEEDFORWARD FLOWS**
Kamel SISMAIL
14 Pages, Février 1989.
- PI 461** **NUMERICAL CONCERNS IN CONVOLUTION-TYPE ALGORITHMS**
Gerardo RUBINO, William STEWART
18 Pages, Février 1989.
- PI 462** **ACCUMULATED REWARD OVER THE N FIRST OPERATIONAL PERIODS IN FAULT-TOLERANT COMPUTING SYSTEMS**
Gerardo RUBINO, Bruno SERICOLA
14 Pages, Mars 1989.
- PI 463** **ELEMENTS FINIS C^1 , POLYNOMIAUX DE DEGRE QUATRE PAR TRIANGLE, DANS UNE TRIANGULATION FORMEE DE TRIANGLES EQUILATERAUX**
Michel CROUZEIX, Miloud SADKANE
26 Pages, Mars 1989.
- PI 464** **VERS UN MODELE D'ECLAIREMENT REALISTE**
Pierre TELLIER, Kadi BOUATOUCH
66 Pages, Avril 1989.

